

## ETUDE HYGROTHERMIQUE DES SYSTEMES COMPOSITES A MATRICE POLYMERE

Reçu le 11/07/2001 - Accepté le 24/10/2001

### Résumé

Les matériaux composites sont sensibles aux paramètres d'environnement, tels que température et humidité. Les variations de température et de la concentration d'humidité absorbée non uniforme dans le temps, engendrent des contraintes résiduelles non uniformes dans les plis, qui doivent être prises en considération lors de l'analyse mécanique du stratifié. La résolution de l'équation de diffusion en transitoire permet de déterminer les contraintes hygroscopiques. Une analyse des contraintes résiduelles thermiques et hygroscopiques est abordée.

**Mot clés:** Stratifiés, matrice polymère, diffusion, température, contraintes résiduelles, contraintes hygroscopiques, contraintes thermiques.

### Abstract

The composite materials are very sensitive to environmental parameters, such as temperature and humidity. Non uniform moisture absorption results in swelling and significant non uniform residual stresses are induced in the laminate that must be considered in the mechanical analysis. Diffusion of moisture in thickness direction, is assumed to be governed by the classical diffusion equation. The analysis of thermal and hygroscopic residuals stresses is establish.

**Key words:** Laminated, polymer matrix, diffusion, temperature, residual stresses, hygroscopic, stresses, thermal stresses.

Z. YOUBI

A. BENKHEDDA

Institut d'Aéronautique

Université de Blida

BP 270, Route de Soumaa

Blida, Algérie

Les matériaux composites à matrice polymère sont soumis à des sollicitations structurales caractérisées par l'évolution dans le temps d'un ensemble de paramètres mécaniques et physico-chimiques qui se traduisent par des transferts de chaleur ou de masse: ils sont sensibles aux paramètres d'environnement tels que température et humidité relative. L'absorption d'humidité et sa distribution non uniforme causée par les changements dans l'humidité relative de l'environnement peuvent engendrer des contraintes résiduelles importantes dans le stratifié qui conduisent à la ruine de la structure. En conséquence, la prise en compte de la dilatation induite par l'absorption d'humidité et de la diffusion thermique lors de l'analyse des contraintes dans les stratifiés composites est nécessaire. Le présent article développe une analyse générale à partir de l'équation de diffusion d'humidité classique à travers l'épaisseur du stratifié composite mince. Un exemple d'absorption symétrique est traité et le calcul des contraintes résiduelles est établi.

### FORMULATION THEORIQUE

La modélisation théorique est fondée sur la théorie classique des stratifiés. Celle-ci utilise un schéma de déformation du premier degré qui est la superposition des déformations en membrane et des déformations en flexion et torsion, soit d'après [1] et [7]:

$$\varepsilon_j(z) = \varepsilon_j^0 + zK_j \quad (1)$$

Le champ des contraintes pour chaque couche est :

$$\sigma_i^k(z) = Q_{ij}^k \varepsilon_j^0 + zQ_{ij}^k K_j \quad (2)$$

La relation constitutive d'un milieu anisotrope dans lequel le stratifié est assujéti à des conditions d'environnement variables en température et en humidité est donnée par [1]:

$$\sigma_i(z,t) = Q'_{ij} [\varepsilon_j - \alpha_j T(z,t) - \beta_j M(z,t)] \quad (i, j = 1,2,6) \quad (3)$$

Le champ des résultantes en membrane est donné par:

### ملخص

تتأثر المواد المركبة بعوامل المحيط مثل الحرارة والرطوبة. ويؤدي تغير الحرارة والرطوبة الممتصة الغير المنتظمة مع مرور الوقت، إلى ظهور ضغوط راسية غير منتظمة داخل الطبقات، التي يجب إدماجها خلال التحليل الميكانيكي. تحليل معادلة انتشار الرطوبة مع مرور الوقت تسمح بتحديد التأثير الناتج عن الرطوبة. سيتم من خلال هذا المقال فحص ضغوط راسية رطوبة وحرارية.

**الكلمات المفتاحية:** مصفوفة اللمرات، انتشار، حرارة، ضغوط راسية، ضغوط رطوبة، ضغوط حرارية.

$$N(x,t) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_k(M) dz = A\varepsilon_m(x,y) + Bk(x,y) \quad (4)$$

où les efforts en membrane et courbure sont donnés par:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) Q'_{ij} \quad (5)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) Q'_{ij} \quad (6)$$

Les résultantes des forces thermiques et hygroscopiques équivalentes sont données par:

$$N_i^t = \int_{-h/2}^{h/2} Q'_{ij} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix} T(z,t) dz \quad (7)$$

$$N_i^h = \int_{-h/2}^{h/2} Q'_{ij} \begin{bmatrix} \beta_{xx} \\ \beta_{yy} \\ \beta_{xy} \end{bmatrix} M(z,t) dz \quad (8)$$

Afin de caractériser la réponse en flexion du stratifié, le moment résultant est défini par:

$$M_i = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma'_i z dz = B_{ij} \varepsilon'_j + D_{ij} k_j \quad (9)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) Q'_{ij} \quad (10)$$

Les moments résultants thermiques et hygroscopiques sont définis par:

$$M_i^t = \int_{-h/2}^{h/2} Q'_{ij} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{bmatrix} z T(z,t) dz \quad (11)$$

$$M_i^h = \int_{-h/2}^{h/2} Q'_{ij} \begin{bmatrix} \beta_{xx} \\ \beta_{yy} \\ \beta_{xy} \end{bmatrix} M(z,t) z dz \quad (12)$$

Soit finalement les relations entre les forces (mécaniques, thermiques, hygroscopiques), les moments résultants, et le stratifié:

$$N_i + N_i^T + N_i^H = A_{ij} \varepsilon'_j + B_{ij} k_j \quad (13)$$

$$M_i + M_i^t + M_i^h = B_{ij} \varepsilon'_j + D_{ij} k_j \quad (14)$$

Les déformations sont données par:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon'^0 \\ - \\ k_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & | & b \\ - & - & - \\ b^T & | & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N + N^t + N^h \\ - \\ M + M^t + M^h \end{bmatrix} \quad (15)$$

Lorsque le chargement extérieur est nul  $N=0$ , d'après [2], les déformations non mécaniques sont:

$$\{\varepsilon'^0\} = [a] \{N^{th}\} + [b] \{M^{th}\} \quad (16)$$

$$\{K_j\} = [b^T] \{N^{th}\} + [d] \{M^{th}\} \quad (17)$$

Les déformations résiduelles sont définies par la différence entre les déformations non mécaniques et les expansions libres:

$$\varepsilon_i^{r(k)} = \varepsilon_i^{n(k)} - \varepsilon_i^{(k)} \quad (18)$$

D'après les références [2], [3] et [4], la température dans les matériaux atteint l'équilibre plus vite que la concentration en humidité. Springer [2] démontre que pour le matériau composite T300 1034, ayant 12,5 mm d'épaisseur exposé à un air humide à 90% et à une température de 350K, la température devient presque uniforme à travers la plaque au bout de 15s. Par contre, la concentration atteint l'équilibre au bout de 13 ans.

La température s'exprime donc par:

$$T(z,t) = T \quad (19)$$

Les contraintes résiduelles dans chaque pli sont finalement:

$$\sigma_i^{r(k)} = Q_{ij} \varepsilon_j^{r(k)} = Q'_{ij} [\varepsilon_j^0 + z K_j - a_j^k T - \beta_j^k M(z,t)] \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (20)$$

## FONCTION DE CONCENTRATION D'HUMIDITE

L'équation classique de la diffusion gouvernant l'absorption et la désorption d'humidité d'un matériau d'épaisseur  $h$  soumis à ses deux faces à une humidité  $M_0$  est [1,6]:

$$\frac{\partial M(z,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 M(z,t)}{\partial z^2} \quad (21)$$

La solution de l'équation (21) qui est l'équation de Fick, est abordée par le schéma explicite de la méthode des différences finies, avec:

$$s = D \Delta t / \Delta x^2 \leq 0.5 \quad (22)$$

## RESULTATS

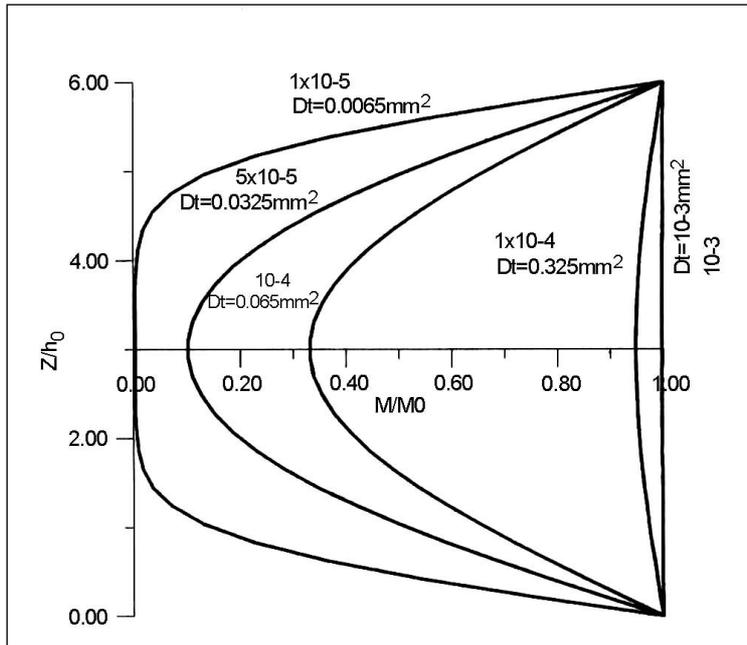
Afin d'illustrer l'effet hygrothermique, l'analyse est faite sur le stratifié [0/45/-45<sub>2</sub>/45/0] de type graphite/époxyde unidirectionnel; c'est le Narmco T300/5208 (Tab. 1). Le matériau d'épaisseur  $h$  est soumis sur ses deux faces  $z = h/2$  et  $z = -h/2$  à une concentration  $M_0$ , avec  $h_0 = 0.14$  mm et  $h = 0.84$  mm

Le profil d'humidité à travers le stratifié est représenté sur la figure 1 pour  $1 \times 10^{-5} < Dt < 5 \times 10^{-4}$ . Pour  $Dt = 5 \times 10^{-5}$ , la concentration sur la surface moyenne est de 20% ( $Z/h_0 = 0$ ). Pour  $Dt > 5 \times 10^{-4}$ , la concentration d'humidité est constante à travers le stratifié. La valeur du coefficient de diffusion adimensionnel  $Dt$  a un effet important sur le processus de diffusion.

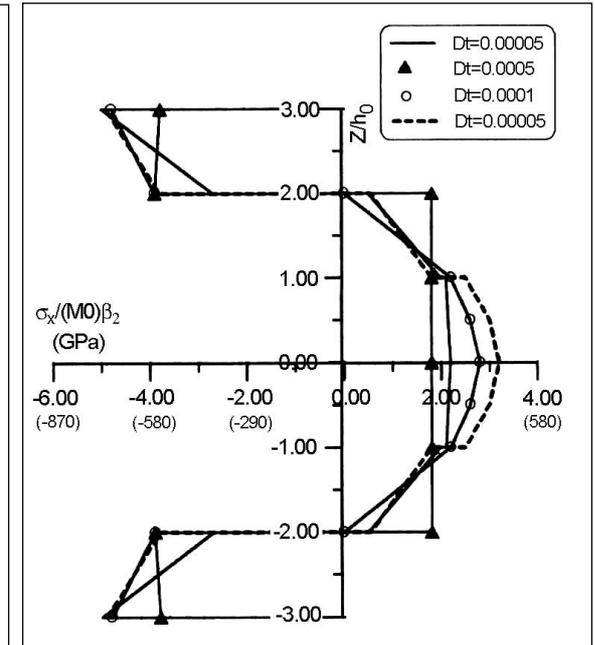
En absorption, les résultats montrent, sur les figures 2 et 3, que les valeurs de  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  en fonction du temps sont en compression dans les couches à 0°. Cela est dû au gradient de concentration d'humidité créé lors de la diffusion. Par contre, les couches internes à  $\pm 45^\circ$  sont en tension. Les valeurs pour chaque cas sont maximums aux surfaces extérieures,  $\sigma_y > \sigma_x$  à chaque instant. Pour  $Dt = 5 \times 10^{-4}$ , l'équilibre est atteint et les valeurs des deux contraintes sont identiques.

$E_L$ (GPa)	$E_T$ (GPa)	$\nu_{LT}$	$G_{LT}$ (GPa)	$\alpha_L$ ( $10^{-6} K^{-1}$ )	$\alpha_T$ ( $10^{-6} K^{-1}$ )	$\beta_L$	$\beta_T \times 10^{-3}$
143	10.3	0.31	4.14	-0.12	8.9	0	6.67

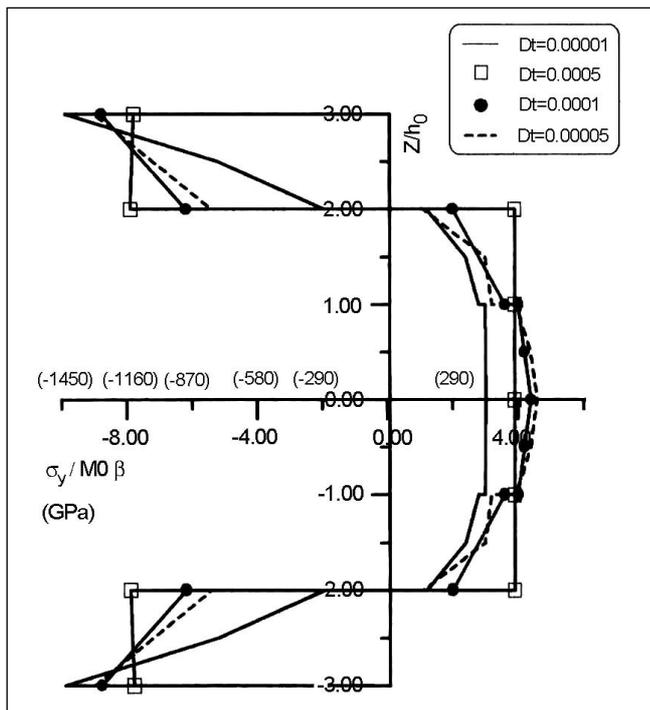
**Tableau 1:** Propriété du matériau [1].



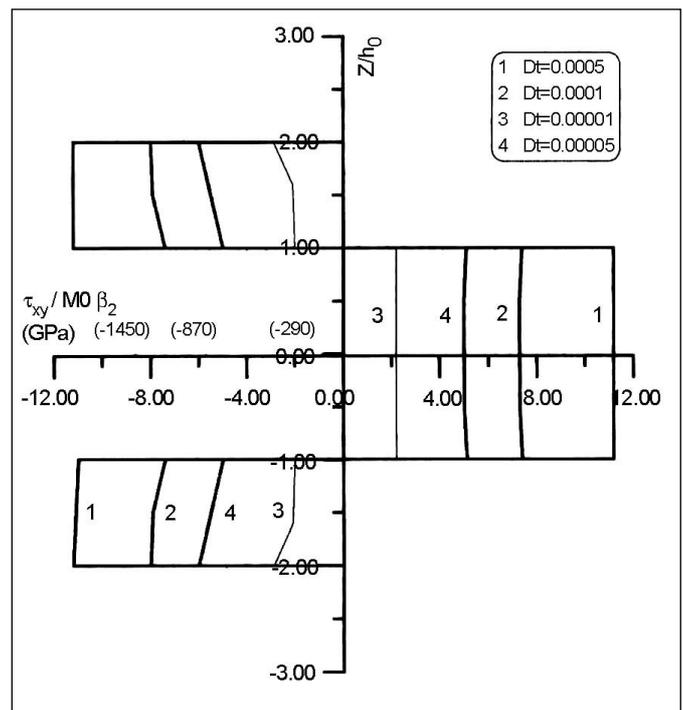
**Figure 1:** Distribution de l'humidité en absorption.



**Figure 2:** Distribution de  $\sigma_x$  résiduelles en absorption.



**Figure 3:** Distribution de  $\sigma_y$  résiduelles en absorption.



**Figure 4:** Distribution de  $\tau_{xy}$  résiduelles en absorption.

Sur la figure 4, le cisaillement plan  $\tau_{xy}$  est nul pour les couches extérieures, car elles sont orientées à  $0^\circ$ . Le cisaillement plan augmente avec le temps, suite à l'augmentation des déformations causées par

l'accroissement du contenu d'humidité (absorption). Pour  $Dt = 5 \times 10^{-4}$ , les contraintes de cisaillement sont très supérieures aux contraintes résiduelles  $\sigma_y$  et  $\sigma_x$ .

### CONCLUSION

Le coefficient de diffusion a un effet important sur l'état d'équilibre en concentration. L'analyse a montré l'existence de contraintes résiduelles lors de l'absorption, plus ou moins importantes. La prise en compte des contraintes hygroscopiques s'impose lors d'une analyse mécanique et d'une étude à la rupture. Le même phénomène est observé pour l'effet de température sauf que celle-ci est uniforme. Une prochaine étude examinera l'effet conjoint de la variation cyclique de la température et de l'humidité simultanément dans le temps.

### NOMENCLATURE

$\varepsilon(M)$ :	Déformations
$\sigma_k(M)$ :	Contraintes dans la couche d'ordre k
$Q_{ij}^*$ :	Matrice de rigidité réduite
$\alpha_j$ :	Coefficient d'expansion thermique
$\beta_j$ :	Coefficient d'expansion hygroscopique
$M(z,t)$ :	Concentration d'humidité
T:	Température
$N(x,y)$ :	Résultante en membrane
$M(x,y)$ :	Moment de flexion et de torsion
$B_{ij}$ :	Matrice de couplage membrane flexion torsion
$A_{ij}$ :	Matrice de rigidité en membrane
$D_{ij}$ :	Matrice de rigidité en flexion
$h_k$ :	Épaisseur de la couche d'ordre k
$h_{k-1}$ :	Épaisseur de la couche d'ordre k-1
$N_i^H$ :	Effort hygroscopique
$N_i^T$ :	Effort thermique

$M_i^H$ :	Moment hygroscopique
$M_i^T$ :	Moment thermique
$\varepsilon_j^0$ :	Déformations en membrane
$K_j$ :	Matrice de courbures
D:	Coefficient de diffusion

### REFERENCES

- [1]- Byron Pipes R., Vinson J.R. and Tsu-Wei Chou, "On the hygrothermal response of laminated composite systems", *Journal of Composite Materials*, Vol. 10, pp. (1976), pp. 129-149.
- [2]- Springer G.S., "Moisture absorption and desorption of compositematerials", *Journal of Composite Materials*, Vol. 10, N°1, (1976), pp. 3-20.
- [3]- Benkeddad A., Vrédiac M. and Vautrin A., "On the transient hygroscopic stresses in laminated composite plates", *Composite Structures*, 30, (1995), pp. 201-215.
- [4]- Tounsi A., Adda B.E, Serier, Z., "Analyse des contraintes hygrothermiques transitoires à l'intérieur des plaques composites stratifiées dans le cas d'un environnement cyclique", JNM 2000, Journée nationale des matériaux, 2-5 mai, Blida (2000), pp. 6-8.
- [5]- Springer G.S., "Environmental effects on composite materials", Technomic, Wetsport, (1981)b.
- [6]- Valandingham M.R., Eduljee R.F. and Gillespie J.W, "Moisture diffusion in epoxy systems", *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 71, (1999), pp.387-798.
- [7]- Saarela O., "Computer programs of mechanical analysis and design of polymer matrix composites", *Prog. Polym. Sci.*, 19, (1994), pp.171-201. □