

## ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UN MODELE D'HABITAT CHAUFFE PERIODIQUEMENT SUR LA DEMI FACE ORIENTEE PLEIN SUD

S. LAOUAR<sup>1</sup>, L. ABADA<sup>2</sup>, ET E. MEZAACHE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Département des sciences de la matière de l'université du 20 août 1955 de Skikda Algérie

<sup>2</sup>Département de mathématiques de l'université du 20 août 1955 de Skikda Algérie

Reçu le 13/02/2014 – Accepté le 21/10/2014

### Résumé

La présente étude numérique concerne la convection naturelle qui se développe à l'intérieur d'une enceinte fermée orientée plein sud et soumise à une température chaude périodique dans le temps sur la demi-face supérieure sud. Sur la demi-face inférieure nord on impose une température constante froide, alors que, les autres parois sont adiabatiques. Les paramètres de l'étude sont l'amplitude adimensionnelle de la température excitatrice  $A$  ( $0 < A \leq 0.8$ ) et sa période ( $0.02 \leq \tau \leq 0.8$ ). Le nombre de Rayleigh étant fixé à  $Ra = 10^5$  et le nombre de Prandtl  $Pr = 0.71$ . On observe un chauffage (ou une évacuation de la chaleur) de l'enceinte meilleur, comparativement au cas stationnaire de température pour des combinaisons de  $A$  et  $\tau$ .

**Mots clés :** Convection Naturelle, Enceinte Carrée, Etude Numérique, Température Sinusoïdale.

### Abstract

The present numerical study concerns the thermal natural convection inside a closed enclosure facing south and subjected to a sinusoidal hot temperature on the upper half south face. On the lower half north face one imposes a constant cold temperature, while, all others are adiabatic. The study parameters are the dimensionless amplitude of the temperature excitation  $A$  ( $0 < A \leq 0.8$ ) and the dimensionless period ( $0.02 \leq \tau \leq 0.8$ ). The Rayleigh number is of  $Ra = 10^5$  and the Prandtl number for air is  $Pr = 0.71$ . Compared to a stationary mode of wall heating, one observes a best heating or cooling modes into or from the enclosure in relation with a parameters combinations  $A$  and  $\tau$ .

**Keywords:** Transient natural convection, square enclosure, sinusoidal temperature, numerical study.

### ملخص

تعنى هذه الدراسة العددية بالحمل الحراري الطبيعي داخل فجوة مغلقة موجهة جنوبا وخاضعة للتسخين بدرجة حرارة جيبيية مع الزمن على النصف العلوي للوجه الجنوبي للفجوة. بينما يخضع النصف السفلي للوجه الشمالي لدرجة حرارة برودة نسبية وثابتة في حين باقي حدود الفجوة كظومة. تعتمد الدراسة على سعة درجة الحرارة التذبذبية الالابعدية ( $0 < A \leq 0.8$ ) ودورها الالابعدية ( $0.02 \leq \tau \leq 0.8$ ) كعوامل. حدد عدد راييلي عند  $Ra = 10^5$  وعدد برانتل  $Pr = 0.71$ . بالمقارنة مع التسخين المستقر والثابت نلاحظ تحسن في عمليتي تدفق الحرارة من وإلى الفجوة أي التبريد والتسخين وفق عوامل الدراسة.

**الكلمات المفتاحية :** الحمل الحراري الطبيعي المتغير، فجوة مربعة، درجة حرارة جيبيية، دراسة عددية

## I. INTRODUCTION

La tendance actuelle dans le domaine de l'habitat est l'utilisation de procédés énergétiques propres. De ce fait, le transfert de chaleur par convection naturelle dans les systèmes (enceintes) fermés joue un rôle important pour le confort thermique.

Dans le domaine de conception de ces systèmes, on peut citer aussi les boîtes fermées contenant des circuits électroniques ou électriques et même les salles de machines mécaniques où le recours à l'évacuation de la chaleur est d'une importance capitale à la survie de la machine productive. Dans cette situation, l'énergie fournie à ce système est soit constante au cours du temps, soit variable. Pour le premier cas, on note l'existence d'une excellente revue des travaux effectués dans le passé [1-5]. Pour le deuxième cas, les conditions aux limites thermiques sont variables dans le temps donnant ainsi naissance à des modes de convection transitoires même chaotiques ou constants et établis avec relativement, un meilleur apport énergétique à l'habitation ou au contraire une meilleure évacuation de la chaleur [6-10]. Notons que l'orientation d'une habitation joue un rôle important quand aux gains et pertes thermiques respectivement en hiver et en été.

La présente étude s'intéresse au problème de convection naturelle qui se développe à l'intérieur d'une habitation orientée plein sud et recevant sur sa fenêtre une quantité de chaleur variable au cours de la journée, que l'on peut exprimer par une variation de température imposée. Il n'y a pas de source de chaleur à l'intérieur de l'enceinte. Cette variation peut être modélisée par une fonction sinusoïdale du temps. Ainsi, on étudiera l'influence de l'amplitude et de la période de la température excitatrice sur le champ d'écoulement et sur les transferts de chaleur pour un nombre de Rayleigh fixe.

## II. FORMULATION MATHÉMATIQUE

On considère l'écoulement de l'air au sein d'une enceinte de coupe carrée. Les axes de coordonnées ainsi que les conditions aux limites sont clairement mentionnés sur la figure 1(a). La demi paroi supérieure de gauche en  $x = 0$  et la demi paroi inférieure de droite en  $x = 1$  sont maintenues, respectivement, aux températures constantes chaude  $T_c$  et froide  $T_f$  alors que le reste des frontières est considéré adiabatique. Une fois le régime stationnaire établi, on introduit une excitation en température  $T_{ex}$  sinusoïdale qui s'ajoute à la température chaude, figure 1(b). On suppose que l'approximation de Boussinesq est valable et que l'air est incompressible à propriétés physiques constantes, sauf pour la masse volumique qui affecte le terme de gravité et qui est responsable du mouvement de convection. On néglige le rayonnement, la dissipation visqueuse et le travail dû à l'expansion volumique.

En adoptant la formulation fonction de courant-vorticité, les équations adimensionnelles gouvernantes ainsi que les conditions aux limites sont les suivantes :

Equation de la vorticité

$$\omega = -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right) \quad (1)$$

Equation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(u\omega - Pr \frac{\partial \omega}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v\omega - Pr \frac{\partial \omega}{\partial y}\right) = RaPr \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(uT - \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(vT - \frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0 \quad (3)$$

Avec

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

Dans ces équations à grandeurs et paramètres adimensionnels ;

$\omega$ : est la vorticité,  $\psi$ : la fonction de courant,  $T$ : la température,  $(u, v)$  les composantes de la vitesse suivant les deux axes de coordonnées  $(x, y)$  et  $Ra, Pr$ : les nombres adimensionnels de Rayleigh et de Prandtl respectivement.

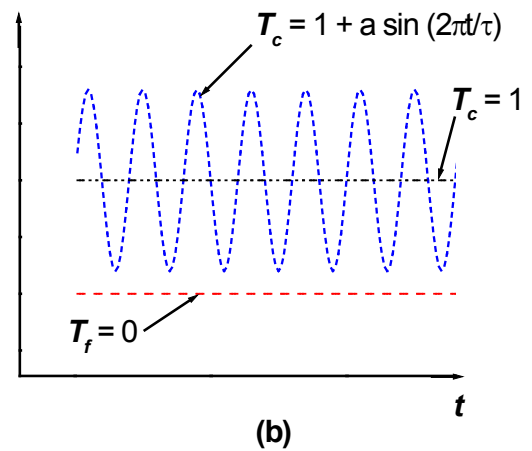
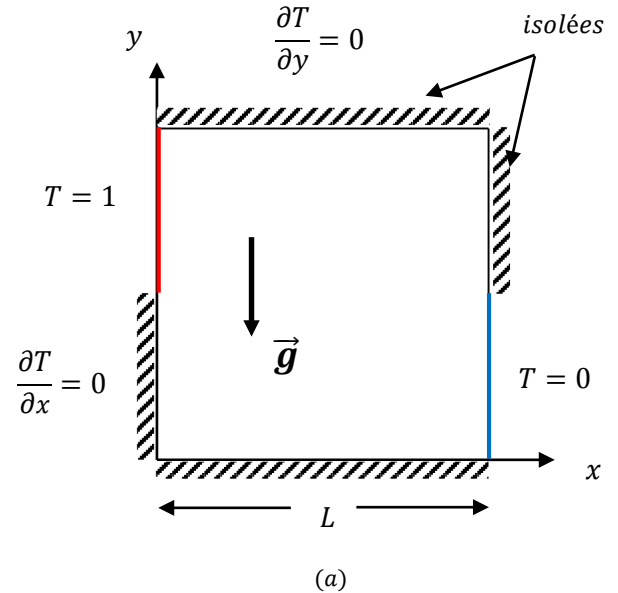


Fig. 1. (a) Modèle physique  
(b) Evolution des températures froide et chaude

La condition d'imperméabilité et de non glissement des particules fluides s'exprime par :

$$u = v = \psi = 0 \quad (5)$$

Et les conditions aux limites sont :

$$\left( \begin{array}{l} x = 0 \\ 1/2 \leq y \leq 1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} T = 1 \\ \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\left( \begin{array}{l} x = 1 \\ 0 \leq y \leq 1/2 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} T = 0 \\ \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases} \quad (7)$$

$$\left( \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 1 \\ y = 0 \text{ ou } 1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \end{cases} \quad (8)$$

$$\left( \begin{array}{l} x = 0 \\ 0 \leq y \leq 1/2 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases} \quad (9)$$

$$\left( \begin{array}{l} x = 1 \\ 1/2 \leq y \leq 1 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ \omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases} \quad (10)$$

Les équations précédentes ont été adimensionnées en adoptant comme longueur, vitesse et température caractéristiques respectivement, la hauteur de l'enceinte, le rapport de la diffusivité thermique à la longueur caractéristique ( $a/L$ ) et la différence des deux températures chaude et froide ( $T_c - T_f$ ).

A l'instant initial, on a supposé  $T = 1/2$  partout, sauf sur les frontières actives.

La température excitatrice est supposée de la forme :

$$T_{ex} = A \sin\left(\frac{2\pi t}{\tau}\right) \quad (11)$$

Pour l'évaluation du transfert de chaleur à travers la paroi froide et à chaque pas de temps, on dispose de l'expression du nombre adimensionnel de Nusselt suivant :

$$Nu_f(t) = \int_0^{1/2} -\frac{\partial T}{\partial x} dy \quad (12)$$

Dans le cas d'un régime périodique établi, la valeur moyenne de  $Nu_f$  est évaluée pendant une période d'évolution et donnée par :

$$\overline{Nu}_\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau Nu_f(t) dt \quad (13)$$

### III. RESOLUTION NUMERIQUE

La résolution numérique est basée sur la méthode des différences finies décrite en détails par Laouar et al. [11-12]. Les équations de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues en suivant la méthode implicite des directions alternées (ADI) largement utilisée pour ce genre de problème. Elle permet d'obtenir des systèmes matriciels tri-diagonaux dont la diagonale principale est dominante. Ces systèmes sont facilement inversibles par l'algorithme TDMA. On traite l'équation de la vorticité par la méthode de surrelaxation successive (SOR). La validité de ce modèle numérique a été

vérifiée dans [11] par la reproduction des travaux de Davis [13] obtenus dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée et le travail de Samuels et Churchill [14] obtenu dans le cas de l'étude de la stabilité d'une couche fluide contenue dans une enceinte de coupe rectangulaire chauffée par le bas. On estime à chaque pas de temps que le problème converge si les champs de température et de vorticité du domaine physique ne changent plus au cours de vingt itérations successives. La stabilité du programme de résolution a été effectuée suite à l'étude de la variation du pas temporel et spatial sur les résultats de la simulation en général. Noter que le pas de temps considéré dans cette étude est alors  $\Delta t = 10^{-5}$  et que le pas spatial était  $n \times m = 61 \times 61$ , car il a été vérifié qu'un raffinement au-delà de ces valeurs n'apportait pas de précisions significatives, mais au contraire il est sanctionné par des temps de calcul exorbitants.

### IV. RESULTATS ET DISCUSSION

Dans un premier temps, on a considéré le cas du chauffage constant (solution de référence). Pour la valeur du nombre de Rayleigh ( $10^5$ ) l'écoulement de l'air est à la limite stationnaire avec deux cellules négatives tournant dans le sens horaire situées près des parois actives englobées par une cellule principale tournant dans le même sens, figure 2(a).

Les lignes isothermes, figure 2(a) montrent une zone centrale stratifiée. Il est à remarquer que la quantité de chaleur introduite par le coté chaud se trouve évacuée par le coté froid de l'enceinte. Dans ce cas, la valeur moyenne du nombre de Nusselt sur les deux parois chaude et froide est la même et égale à  $Nu_{fr} = Nu_{ch} = 3.209$

L'étude de l'effet du chauffage variable et sinusoïdal sur l'écoulement et les transferts de chaleur a été menée pour un nombre de Rayleigh fixe et une combinaison des valeurs de l'amplitude et de la période de la température d'excitation  $T_{ex}$ .

La figure 3, montre l'effet de l'amplitude  $A$  sur la forme des signaux  $Nu_{fr}(t)$ ,  $\psi_c(t)$  et  $T_c(t)$  et cela pour une valeur relativement faible de la période ( $\tau = 0.02$ ). On observe dans un premier temps, une phase de transition de l'ordre de 18 fois la période pour ( $A = 0.8$ ), durant laquelle il y a augmentation des pertes de chaleur vers le milieu extérieur (évaluée à 5% de plus).

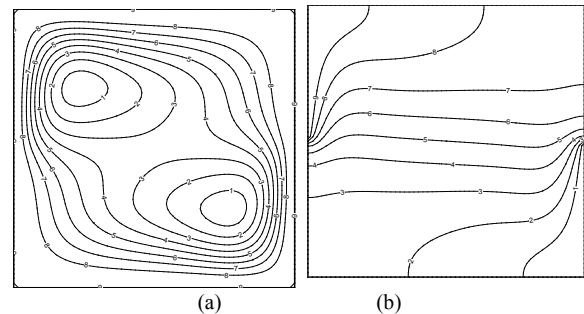


Fig. 2.  
(a) iso-courants -3.086 (0.343) -0.343;  
(b) isothermes 0.1 (0.1) 0.9

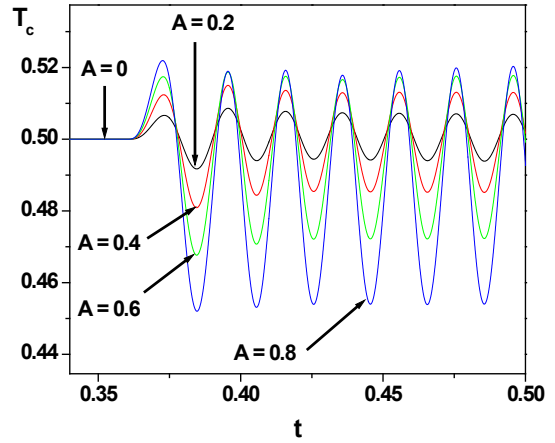
Néanmoins, cette phase est courte quand on diminue l'amplitude et n'est que de l'ordre de 4 fois la période pour ( $A = 0.2$ ). Par la suite, les valeurs moyennes des nombres de Nusselt diminuent au dessous de la valeur de référence

$Nu_{fr} = 3.209$  et on constate alors que le chauffage constant évacue plus de chaleur que le chauffage variable. Le chauffage variable aide donc à chauffer mieux l'enceinte comparativement au chauffage constant. Il est à remarquer aussi, que la température moyenne au milieu de l'enceinte figure 3(c) est inférieure à la valeur moyenne correspondant au chauffage constant. Ce qui laisse supposer une nette amélioration de la diffusion de la chaleur dans l'enceinte. Sur la figure 3(b), l'augmentation de la fonction de courant au milieu de l'enceinte est suivie d'une diminution de sa valeur moyenne comparativement au cas du chauffage constant en conformité avec les prédictions antérieures.

La figure 4(a), présente la variation du Nusselt moyen calculé par intégration du Nusselt instantané  $Nu_{fr}(t)$  pendant une période. L'allure confirme bien les affirmations précédentes. Noter que tous les signaux des grandeurs citées, une fois le régime périodique établi, possèdent la même période ; la période excitatrice.

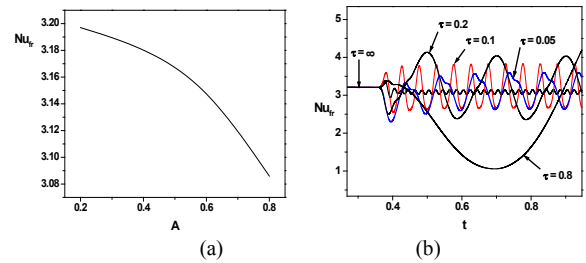
La figure 4(b), présente l'effet de la période sur la forme des signaux. Pour  $\tau = 0.02$  et  $\tau = 0.8$  les signaux sont périodiques et sinusoïdales, alors que pour les autres valeurs les signaux sont périodiques mais non sinusoïdales. L'amplitude maximale de  $Nu_{fr}(t)$  augmente avec  $\tau$  pour atteindre 1.8 fois la valeur moyenne dans le cas  $\tau = 0.8$ . Noter que dans les deux cas, la période des oscillations est égale à la période de la température excitatrice. De plus, les oscillations sont autour de la valeur moyenne qui est égale à celle du régime stationnaire correspondant à  $\tau = \infty$ .

On présente sur la figure 5, l'influence du chauffage périodique ( $A = 0.8, \tau = 0.8$ ) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur à différents instants du cycle (b, c, ..., g). Sur le signal de la figure 5(a) on indique les instants types correspondant respectivement au début du cycle (b), au 1/4 de période (c), à 1/2 période (d), au 3/4 de période (e) et au 7/8 de période (f). On observe aux temps (e) et (f) deux principales cellules tournant dans le sens horaire (cellule de bas) et dans le sens antihoraire (cellule de haut). Les isothermes correspondantes affichent la même topologie, sauf qu'au cours de cet intervalle de temps la température moyenne de l'enceinte diminue. Pour les autres instants du cycle, l'écoulement est dominé par une grande cellule négative à l'intérieur de laquelle il apparait deux cellules secondaires occupants chacune la moitié de l'enceinte avec un resserrement près des parois actives et tournant dans le même sens, créant ainsi un vortex relativement faible au milieu de l'enceinte. Le transfert de chaleur moyen à travers la paroi froide est dans ce cas plus important et le nombre de Nusselt est de l'ordre de  $\overline{Nu}_{fr} = 3.2889$ , supérieur à la valeur de référence.



(c)

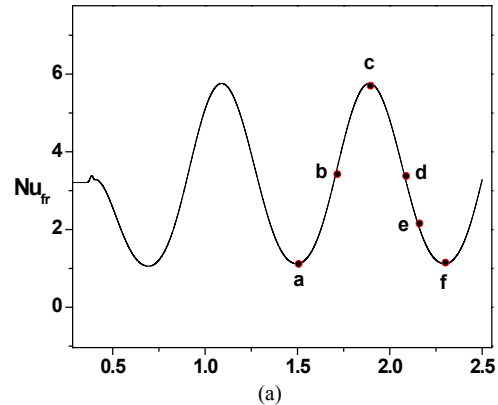
Fig. 3. Effet de A sur :  
(a)  $Nu_{fr}(t)$  ; (b)  $\psi_c(t)$  ; et (c)  $T_c(t)$



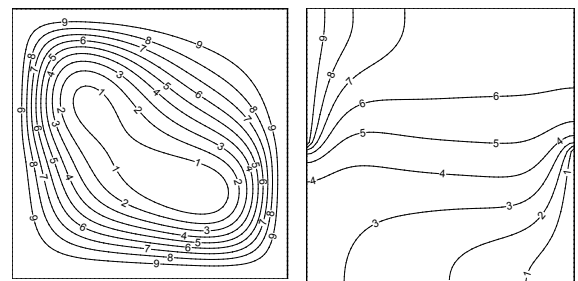
(a)

(b)

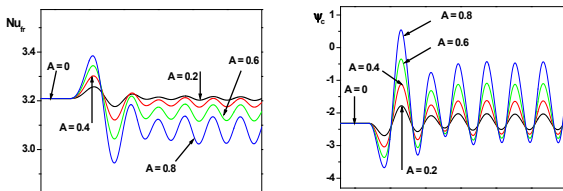
Fig. 4.  
(a) Variation de  $Nu_{fr}$  en fonction de A ;  
(b) effet de  $\tau$



(a)



(b)



(a)

(b)

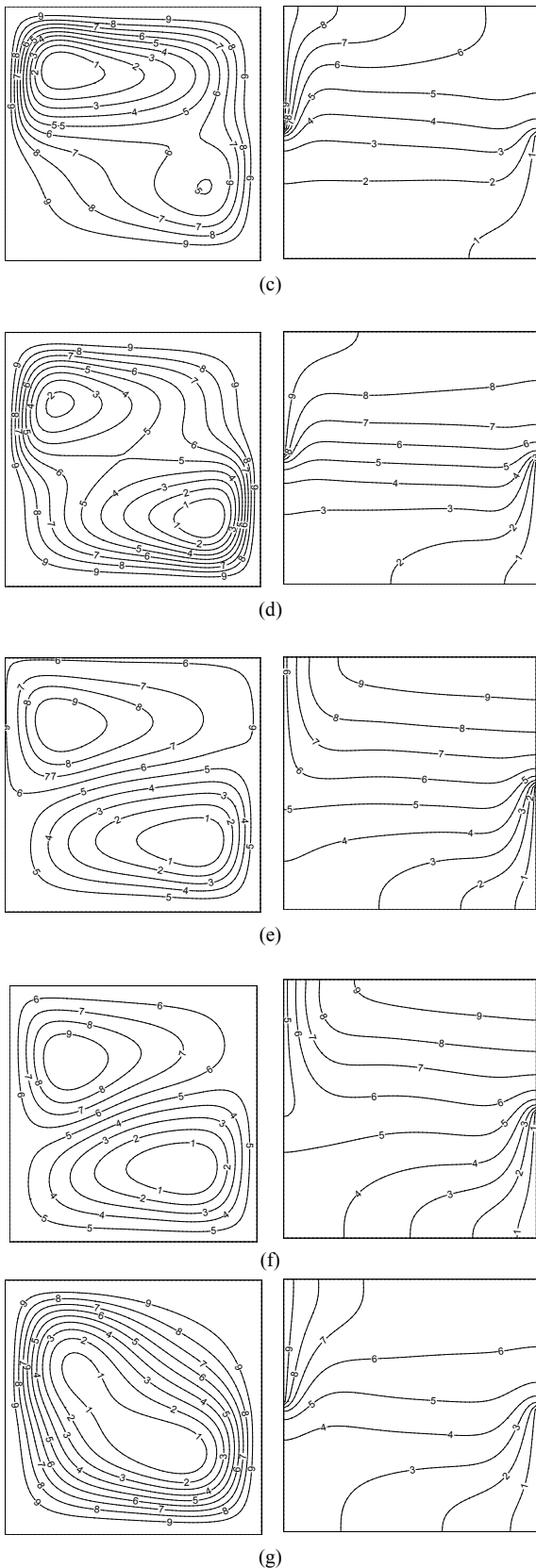


FIG. 5.

Iso-courant (à gauche) et isothermes (à droite) au cours d'une période d'évolution à différents instants (b, c, ..., g) pour  $(A = 0.8, \tau = 0.8)$

## CONCLUSION

Cette étude numérique nous a permis de dégager les conclusions suivantes:

1. L'excitation sinusoïdale en température de l'enceinte donne des réponses sinusoïdales pour toutes les grandeurs physiques caractérisant le système. Le chauffage variable est différent du chauffage constant, les champs d'écoulement et de températures sont différents dans les deux cas ;
2. Pour chauffer l'enceinte, le mode sinusoïdal à grande amplitude et faible période est mieux adapté. Il permet des pertes minimales comparativement au chauffage constant ;
3. Pour évacuer la chaleur de l'enceinte, on doit avoir des valeurs relativement élevées de la période et de l'amplitude de la température excitatrice ;

Il serait intéressant d'envisager l'étude pour d'autres valeurs du nombre de Rayleigh, avec cette fois-ci, le chauffage pulsatoire.

## REFERENCES

- [1]. S. Ostrach, "Natural convection in enclosures", *Advances in Heat Transfer* 8, 161-227. *Advances in Heat Transfer* 8, 161-227, 1972.
- [2]. S. Paolucci, D. R. Chenoweth, "Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity", *J. Fluid Mech.*, vol. 201, pp. 379-410, 1989.
- [3]. K. Küblbeck, G. P. Merker, J. Straub, "Advanced numerical computation of two-dimensional time-dependent free convection in cavities", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 203-217, 1980.
- [4]. J. D. Hall, A. Bejan, J. B. Chaddock, "Transient natural convection in a rectangular enclosure with one heated side wall", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 9, N° 4, 396-404, 1988.
- [5]. J. Patterson, J. Imberger, "Unsteady natural convection in a rectangular cavity", *J. Fluid Mech.* Vol. 100, part 1, 65-86, 1980.
- [6]. E.K. Lakehal, M. Hasnaoui et P. Vasseur, "Numerical study of transient natural convection in a cavity heated periodically with different types of excitations". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42: 3927-3941, 1999.
- [7]. Q. Xia, K.T. Yang, D. Mukutmoni, "Effect of imposed wall temperature oscillations on the stability of natural convection in a square enclosure", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, pp. 113-120, 1995.
- [8]. V.F. Nicolette, K.T. Yang, J.R. Lloyd, "Transient cooling by natural convection in a two-dimensional square enclosure", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, N° 9, pp. 1721-1732, 1985.
- [9]. M. Kazmierczak, Z. Chinoda, "Buoyancy-driven flow in an enclosure with time periodic boundary conditions", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35 N° 6, pp. 1507-1518, 1992.
- [10]. B. Abourida, M. Hasnaoui et S. Douamna, "Convection Naturelle dans une Cavité Carrée avec des Parois Verticales soumises à des Températures Périodiques", *Revue Générale de Thermique* 37, 788-800, 1998.
- [11]. S. Laouar, "Etude de la convection naturelle transitoire et bidimensionnelle dans une enceinte parallélogramme allongée de section droite carrée; bifurcation vers le chaos", Thèse de Doctorat d'Etat, Université Mentouri de Constantine, 2008.
- [12]. S. Laouar, L. Abada, E. Mezaache et M. Daguene, "Convection naturelle instationnaire dans une enceinte bidimensionnelle carrée - Bifurcation vers le chaos", 13èmes Journées internationales de thermique (JITH), Albi, France (2007).
- [13]. G. De Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity : a bench mark numerical solution", *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 3, 249-264, 1983.
- [14]. M. R. Samuels, S. W. Churchill, "Stability of a fluid in a rectangular region heated from below", *A. I. Ch. E. Journal*, 13, N° 1, 77-85, 1967.