

STRUCTURE DE LA TURBULENCE PARIETALE EN PRESENCE DE DIFFERENCE DE DENSITE

Reçu le 01/09/2001 – Accepté le 13/11/2002

Résumé

Les effets de différences de densité importantes sur les transferts turbulents en couche limite sont étudiés expérimentalement. Les écarts de densité au sein de la couche limite sont produits par injection tangentielle d'air ou d'hélium dans un mélange de ces deux constituants. Les résultats montrent que la couche limite turbulente obtenue est associée à un gradient de densité normal à la paroi. Pour une vitesse d'injection donnée, les mesures mettent en évidence la conservation du frottement pariétal, et donc l'influence des différences de densité sur la vitesse de frottement. De plus, une forte corrélation entre les variations de densité et de vitesse montre l'influence marquée des structures cohérentes sur les phénomènes de transfert. Les résultats des données expérimentales des fluctuations de vitesse et de densité montrent que le développement spatio-temporel du flux massique turbulent longitudinal est fortement lié aux gradients de densité. La structure du flux massique turbulent ne dépend pas implicitement de la différence de densité mais plutôt de ses gradients. L'analyse dans les quadrants montre que l'injection d'hélium, dans la couche limite, engendre des éjections plus violentes que dans le cas d'une injection d'air. Ce résultat est confirmé par la contribution importante des éjections au flux massique turbulent.

Mots clés: Couche limite turbulente, structures cohérentes, mélange de gaz, écoulement à densité variable.

Abstract

The effects of strong density differences on the turbulent transfers in a boundary layer are experimentally studied. The variations of density within the boundary layer are produced by tangential injection of air or helium in a mixture of these two components. The results show that the turbulent boundary layer obtained is associated to a normal gradient of density at the wall. For a given injection velocity, measurements highlight the conservation of parietal friction, and thus the influence of density differences on the friction velocity. Moreover a strong correlation between the density and the velocity variations shows the influence marked of the coherent structures on the transfer phenomena. The results of the experimental data of the velocity and density fluctuations show that, the space-time development of longitudinal turbulent mass flux is strongly related to the density gradients. The structure of the turbulent mass flux does not depend implicitly on the density difference but rather its gradients. The quadrant analysis shows that the injection of helium, in the boundary layer, generates ejections more violent than in the case of an injection of air. This result is confirmed by the significant contribution of the ejections to turbulent mass flux.

Key words: Turbulent boundary layer, coherent structures, mixture of gas, flow with variable density.

A. SOUDANI

Département de Physique
Faculté des Sciences
Université de Batna
Batna, Algérie

ملخص

ندرس في هذا المقال تأثير تغيرات الكثافة الكبرى على الانتقال المضطرب في الطبقات الحدية. التغيرات في الكثافة تنتج عن القذف المماسي للهواء أو الهليوم في الطبقة الحدية لمزيج غازي لهذين الغازين. النتائج المحصل عليها تبين أن الطبقة الحدية المضطربة الناتجة أنها مرفقة لتغير ناظمي للكثافة قرب الصفيحة.

القياسات التجريبية تبين ماصو نية الاحتكاك قرب الصفيحة وبالتالي تأثير تغيرات الكثافة على سرعة الاحتكاك. ونبين من خلال النتائج المحصل عليها أن بنية التدفق الكتلتي المضطرب لا تتعلق بصفة غير مباشرة بتغيرات الكثافة بل بفرقتها. ومن خلال التحليل في الأرباع لأربعة تبين أن قذف الهليوم في الطبقة الحدية ينجر عليه تطاير عنيف للبنىات المتماسكة أكثر منه في حالة قذف الهواء.

الكلمات المفتاحية: طبقة حدية مضطربة- بنية متماسكة- مزيج غازي- جريان ذات كثافة متغيرة.

L'étude des couches limites turbulentes en présence de fortes différences de densité est d'une importance fondamentale dans la compréhension des différents phénomènes qui entrent en jeu dans des situations pratiques importantes, comme en combustion, lors de l'entrée dans l'atmosphère où les différences importantes de température entre la paroi et la couche externe donnent lieu à de fortes variations de masse volumique, ou encore lors des refroidissements des pales de turbines par injection tangentielle d'un gaz différent. Le sujet a également son importance, notamment dans la compréhension de l'influence des différences de densité sur les propriétés du transport turbulent. Des travaux ont déjà essayé d'apporter des informations détaillées concernant les quantités turbulentes dans ce type d'écoulements [1-3], mais plusieurs problèmes restent à éclaircir.

L'objectif du présent article est de contribuer à l'étude de la structure fine de la turbulence pariétale en présence de variations importantes de densité, en analysant l'effet de ces différences de densité sur les changements qui peuvent arriver dans la structure des grandes échelles et sur les mécanismes du mouvement du fluide, en analysant les données expérimentales obtenues dans une soufflerie à recirculation.

Le principe de l'expérience consiste à injecter tangentiellement à la paroi, dans une couche limite turbulente, un gaz de densité différente

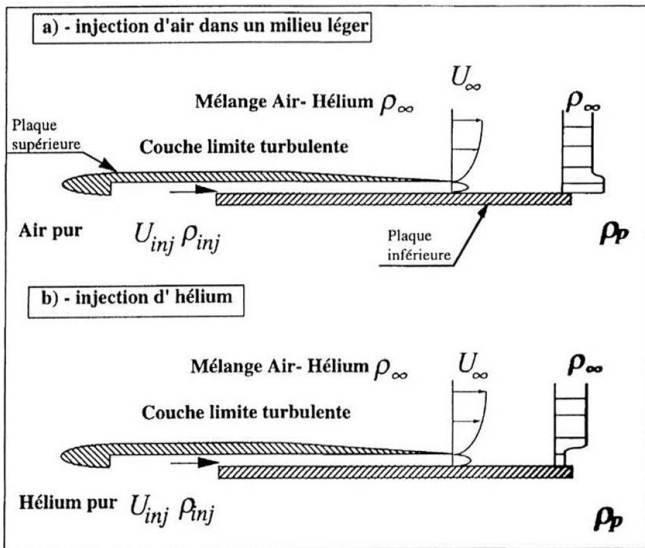


Figure 1: Principe de l'expérience.

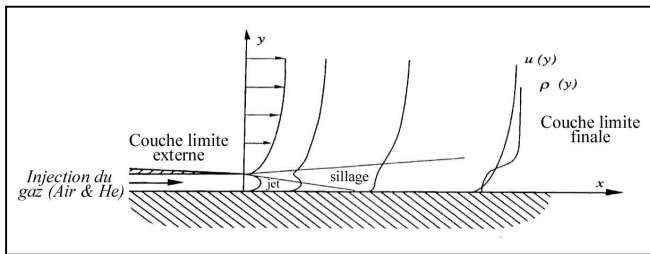


Figure 2 : Schématisation du développement du jet pariétal.

de celle de l'écoulement externe à travers une fente d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$ entre deux plaques (Fig. 1). Un tel procédé permet d'engendrer une différence de densité importante. En effet, le développement du jet pariétal est schématiquement constitué de deux zones (Fig. 2):

- Une première zone, où la couche limite développée sur la plaque supérieure rencontre l'écoulement de Poiseuille formé dans la fente d'injection. Ceci donne naissance à une couche de mélange se développant jusqu'à atteindre la plaque inférieure. Cette région est caractérisée par une très forte agitation due à d'importantes fluctuations de densité.
- Une deuxième zone pour un régime final où le profil de vitesse se rapproche de celui d'une couche limite turbulente standard, mais combiné à un gradient normal de densité.

Les essais ont été effectués dans une soufflerie, où règne la pression atmosphérique, en injectant alternativement de l'air ($\rho_{air}=1,293\text{Kg/m}^3$) et de l'hélium ($\rho_{He}=0,1785\text{Kg/m}^3$) dans un mélange à densité constante. Les mesures ont été réalisées par une sonde d'interférence développée et expérimentée initialement par Way et Libby [4, 5]. Elle est constituée de deux éléments sensibles (un fil et un film chauds) placés perpendiculairement l'un par rapport à l'autre ainsi que par rapport à l'écoulement. Son principe de fonctionnement repose sur l'influence thermique exercée par le film chaud sur le fil situé en amont. La faible distance entre les deux éléments sensibles ($\sim 25\mu\text{m}$) et la taille du

film ($d_{film} = 70\mu\text{m}$) font que le fil se trouve dans le champ thermique du film. Dans nos travaux, la sonde d'interférence a été utilisée avec l'élément amont, chauffé plus que l'élément aval, car il a été montré que cette configuration donnait lieu à un réseau d'étalonnage mieux conditionné qu'avec la disposition inverse des surchauffes utilisées par Way et Libby [4, 5].

Description de la soufflerie

La conception de cet équipement a été assurée par le Bureau d'Etudes du Laboratoire des Ecoulements Géophysique et Industriels de Grenoble. Il s'agit d'une soufflerie pressurisable à recirculation. Son ossature est fabriquée à partir d'éléments de chaudronnerie en acier, mécano-soudés. Elle occupe une emprise au sol de $5 \times 3 \text{ m}$ et un volume interne de 6 m^3 . Sa masse totale est d'environ 3 tonnes. Elle comprend (Fig. 3):

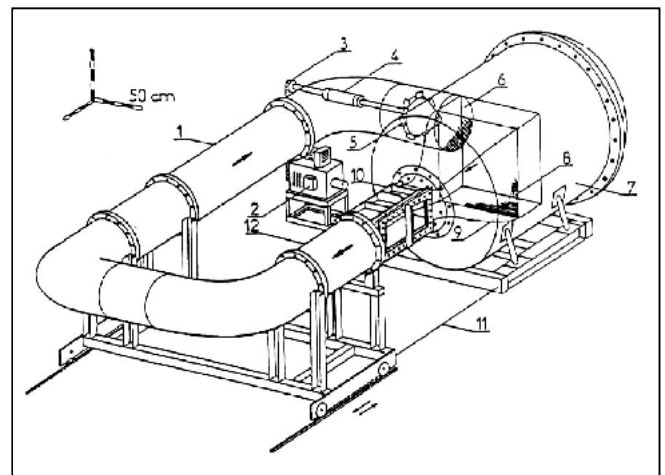


Figure 3: Schéma général de la soufflerie.

(1) Tuyauterie cylindrique ($\varnothing=0.5 \text{ m}$) – (2) Moteur (puissance 6 kW à 1600 tr/mn) – (3) Transmission par courroie crantée – (4) Etanchéité tournante (garniture) – (5) Ventilateur – (6) Redresseur en nid d'abeille – (7) Chambre de tranquillisation – (8) Grilles en nid d'abeille – (9) Convergent (contraction 8.8) – (10) Veine d'essai ($0.3 \times 0.3 \times 1 \text{ m}$) – (11) Bâti – (12) Diffuseur.

- Une tuyauterie cylindrique (1) (diamètre intérieur 0,5 m, épaisseur 5 mm).
- Un réservoir de tranquillisation (9) ($\varnothing 1,5 \times 2 \text{ m}$) dans lequel sont logées des grilles (au nombre de 7; maille 0,65 à 1,3 mm), un nid d'abeille (8) ainsi qu'un convergent à section carrée (rapport de contraction 8). Une telle disposition permet d'alléger la construction du convergent, car ce dernier n'est alors pas soumis à des différentiels de pression importants, même en cas de pressurisation de l'installation.
- Une veine d'essai à section carrée (10) ($0,3 \times 0,3 \text{ m}$, longueur = 1 m) pouvant être retournée afin de modifier l'orientation par rapport à la gravité. Les parois latérales de cette veine étaient initialement faites de deux hublots transparents en plexiglas de dimensions $0,73 \times 0,3 \text{ m}$, et d'une épaisseur de 60 mm. Ce dispositif était prévu pour des visualisations strioscopiques. Un des deux hublots a été remplacé par une installation d'étalonnage

escamotable. Le plafond de cette veine présente une pente de 9 mm/m afin de compenser l'épaississement des couches limites.

- Un divergent (12) assurant le passage d'une section carrée à une section circulaire.
- Une roue de ventilateur à 7 pales, suivie d'un redresseur en nid d'abeille (6), assure la circulation du fluide. Elle est entraînée par une courroie crantée (3), accouplée à un moteur externe à courant continu de 6 kW, dont la vitesse de rotation est réglable de 50 à 1660 tr/min.

Cette configuration impose une traversée de paroi à l'arbre de transmission, qui est rendue étanche par interposition de garnitures en céramique (4). Celles-ci nécessitent un circuit de lubrification refroidi par eau.

La pression interne de la soufflerie est régulée par un déverseur (système proche d'un détendeur) placé sur la vidange de l'installation. L'ensemble de la soufflerie repose sur des bâtis mécano-soudés (11), dont l'un supportant la boucle de retour est mobile et guidé au sol par des rails. Ce dernier simplifie considérablement les interventions sur les équipements internes.

Equipement de la veine d'essai

Le dispositif utilisé pour l'étude des effets de différence de densité sur les propriétés d'une couche limite turbulente se compose de deux éléments réalisés en duralumin (Fig. 4):

- Une plaque supérieure sur laquelle se développe la couche limite initiale. Sa longueur totale est de 577 mm. Elle est fixe, et présente:

- Un bord d'attaque à section elliptique (Fig. 4), près duquel sont collées des rugosités destinées à provoquer la transition turbulente.
- Un bord de fuite effilé qui permet l'introduction et la répartition du gaz injecté dans la fente d'injection (formée entre cette plaque et une plaque inférieure).

- Une plaque inférieure, mobile dans les directions verticales (axe y) et longitudinales (axe x). Le premier déplacement est de faible amplitude (~ 30 mm) et permet le réglage de l'épaisseur de la fente d'injection. Il est réalisé manuellement, au moyen de deux vérins à vis. Le deuxième mouvement permet le positionnement des sondes pariétales par rapport au point d'injection. Le déplacement est assuré par un moteur pas à pas, associé à un système vis-écrou, embarqué sur une course maximale de 160 mm. Ces deux plaques constituent un canal d'environ 170×300 mm. Dans la direction transversale (axe z), un espace de 0.5 mm est conservé entre les plaques et les hublots afin d'éliminer les effets de coin en maintenant une légère surpression entre les écoulements supérieur et inférieur.

Cette différence de pression est produite par un volet placé à l'aval de la partie mobile. L'étanchéité latérale de la fente d'injection est assurée par un système constitué de deux baguettes de plexiglass (5×3 mm) d'une longueur d'environ 200mm collées à la plaque supérieure. Ce système assure, d'une manière précise, le maintien d'une épaisseur fixe e . Un bras porte-sonde permet d'explorer la majeure partie du volume situé au dessus des plaques. Il possède un déplacement motorisé selon les trois directions. Les guides sont assurés par douilles à billes. Les moteurs sont

placés dans le diffuseur afin de limiter la perturbation apportée à l'écoulement. Une attention particulière a été donnée au déplacement vertical. Les douilles à billes ont été allongées de manière à obtenir un déplacement le plus précis possible. La position longitudinale est repérée par une règle tracée sur la plaque inférieure. Les positions verticale et transversale sont données par des règles numériques connectées à un afficheur externe. Les positions longitudinale et verticale des sondes sont repérées par rapport au bord de fuite de la plaque supérieure. Tous les mouvements sont commandés de l'extérieur, sans dépressuriser l'installation.

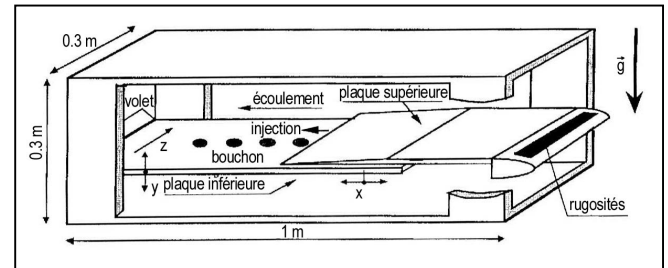
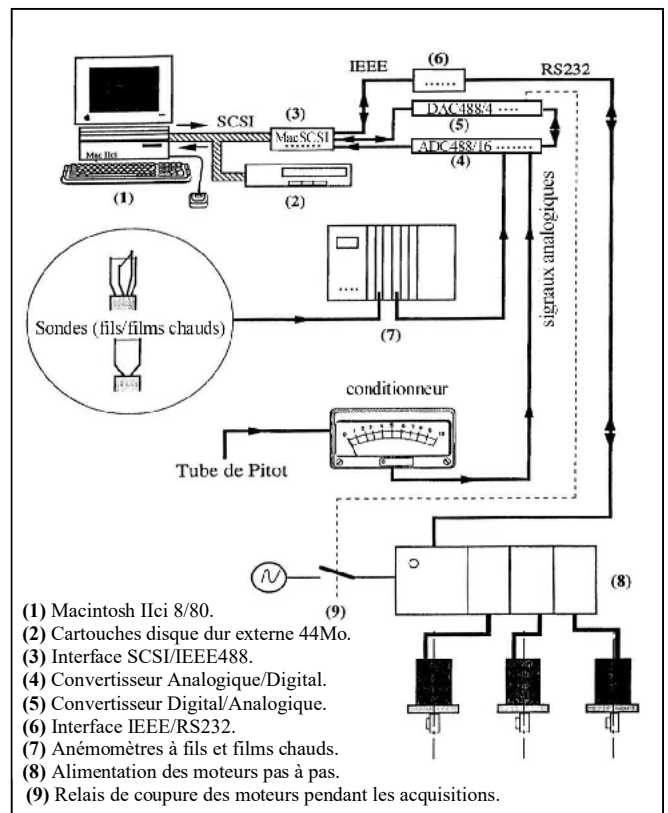


Figure 4: Schéma de la veine d'essai.

Acquisition et traitement des données

Tous ce qui est décrit dans le paragraphe précédent ne présente que les premiers maillons de la chaîne de mesure (Fig. 5). Ils sont reliés à un thermo-anémomètre à six voies



- (1) Macintosh IIci 8/80.
- (2) Cartouches disque dur externe 44Mo.
- (3) Interface SCSI/IEEE488.
- (4) Convertisseur Analogique/Digital.
- (5) Convertisseur Digital/Analogique.
- (6) Interface IEEE/RS232.
- (7) Anémomètres à fils et films chauds.
- (8) Alimentation des moteurs pas à pas.
- (9) Relais de coupure des moteurs pendant les acquisitions.

Figure 5: Schéma de la chaîne de mesure.

(A.A.LAB. AN-1003) doté de circuits de pré-amplification, de filtrage et décalage de tension (offset). Cet appareil présente la particularité de délivrer des tensions négatives décroissantes lorsque l'énergie nécessaire au maintien des sondes à température constante augmente. Un tube de Pitot utilisé surtout pour contrôler la vitesse de fonctionnement de la soufflerie est connecté à un micromanomètre FURNESS CONTROLS FC001 (0 à 10 mm H₂O). Les tensions délivrées par les différents capteurs sont digitalisées en vue de leur traitement par un convertisseur analogique/digital IOtech ADC488/16 réparti sur 8 voies différentielles. La fréquence d'échantillonnage (100 kHz maximum), l'échelle de tension, le nombre de canaux sélectionnés et le nombre de points sont programmables. De plus, un convertisseur digital/analogique IOtech DAC488/4 permet d'injecter une contre-tension sur quatre des voies anémométriques.

Ceci permet d'augmenter le gain de la carte analogique/digital afin d'améliorer la précision de la numérisation. Ces deux convertisseurs sont reliés par une interface SCSI/IEEE à un Macintosh IIfx. Un disque externe est ajouté à cet équipement pour augmenter la capacité de stockage de données. Par l'intermédiaire d'un relais et d'une interface IEEE/RS232, les axes de déplacement des sondes sont motorisés. La gestion des communications IEEE nécessaire à l'acquisition est assurée par un programme écrit en Quick Basic. Ce programme réalise les initialisations des différents paramètres d'acquisition ainsi que le stockage des données numériques sur disque dur. Le traitement des données s'effectue par des applications développées en Fortran. Il comprend le démultiplexage, la conversion des tensions en grandeurs physiques (vitesse, concentration), l'évaluation des grandeurs statistiques (moyenne, écart-type...) et des corrélations (par réseaux de neurones), et le calcul de spectres (application développée par un langage graphique LABVIEW).

Conditions expérimentales

Les résultats du présent travail sont obtenus dans les conditions expérimentales suivantes:

- vitesse de l'écoulement externe $U_\infty = 5.8$ m/s,
- densité de l'écoulement externe $\rho_\infty = 0.996$ Kg/m³,
- vitesse d'injection des gaz (air & hélium) $U_d = 2$ m/s,
- rapports de densité: $\rho_{He}/\rho_\infty = 0.2$ et $\rho_{air}/\rho_\infty = 1.3$.

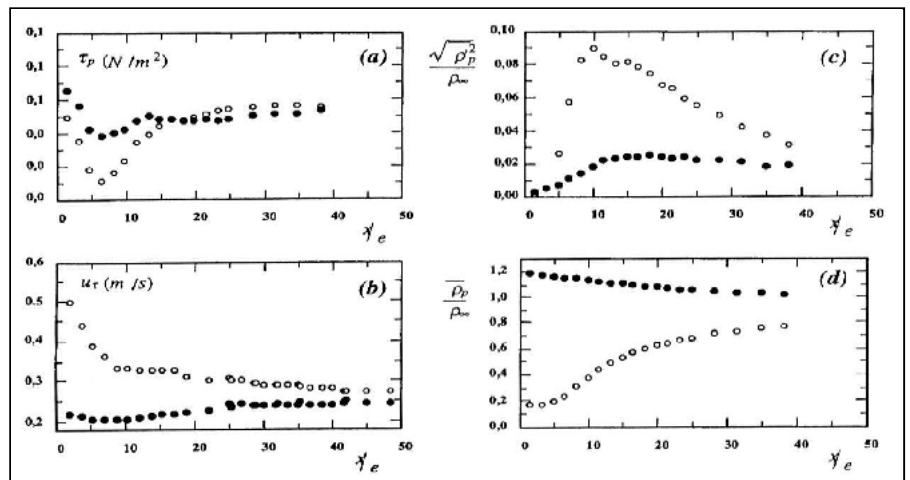
RESULTATS ET DISCUSSION

Champs moyens

Les mesures des champs moyens de vitesse et de densité ainsi que le frottement pariétal ont montré que le développement du jet pariétal est régi principalement par le rapport entre la vitesse débitante d'injection du gaz dans la fente et celle de l'écoulement

Figure 6: Profils à la paroi de (a) : frottement, (b) : vitesse de frottement, (c) : fluctuations de densité, (d) : densité moyenne.

○ : Injection d'hélium, ● : Injection d'air.



externe ($U_d/U_\infty = 0.35$). De plus, le développement du jet pariétal est plus rapide dans le cas d'une injection d'hélium que dans le cas d'une injection d'air. En effet, pour une injection d'hélium, la région de transition est relativement plus courte ($x/e \approx 17$) que celle correspondant à une injection d'air ($x/e \approx 25$), ce qui provoque une chute importante du frottement pariétal moyen dans cette région (Fig. 6a). Ceci est essentiellement lié à la différence de densité et donc de la viscosité cinématique à la paroi. De fait, la fraction molaire d'air à la paroi vaut environ 0,64 pour l'hélium et 0,85 pour l'air. Entre ces deux valeurs, la viscosité dynamique varie très peu ($\Delta\mu \approx 3\%$). En outre, ce phénomène peut s'expliquer par la relation, entre le coefficient de frottement et u_τ :

$$C_f = \frac{2\bar{\tau}}{\rho_\infty U_\infty^2} = 2 \left(\frac{u_\tau}{U_\infty} \right)^2 \left(\frac{\bar{\rho}_p}{\rho_\infty} \right)$$

Les principaux résultats obtenus sont présentés sur les figures 6 à 10. Nous en donnons ci-dessous un bref résumé. Il est à noter que tous les résultats présentés dans cet article, sont obtenus en utilisant la méthode des réseaux de neurones pour le dépouillement des mesures réalisées dans la présente étude. On résume dans le tableau ci-dessous les abscisses des sections, en aval de la fente d'injection des gaz, où les mesures sont effectuées.

Profil x (mm)	1	10	25	35	50	100	125	150
x/e	0,33	3,33	8,33	11,67	16,67	33,33	41,67	50
x/δ	0,05	0,50	1,25	1,75	2,50	5,0	6,25	7,50
$x^+ (= xu_\tau/\nu)$	9(air) 20(He)	87 179	209 339	304 471	448 668	986 1182	1238 1406	1492 1663
δ_p/δ_u	0,2 (air) 0,2(He)	0,25 0,25	0,25 0,40	0,35 0,45	0,45 0,50	0,50 0,70	0,65 0,80	0,65 0,85

La figure 7 montre les résultats des champs moyens de vitesse et de densité. La forme initiale des profils des vitesses moyennes, résultant de la superposition de l'écoulement de Poiseuille formé dans la fente d'injection et de la couche limite turbulente développée sur la plaque supérieure, évolue très vite vers un état asymptotique. L'épaisseur de la couche limite ($\delta_u : \bar{U} = 0,99U_\infty$), dans une section de mesure donnée, est à peu près constante pour les

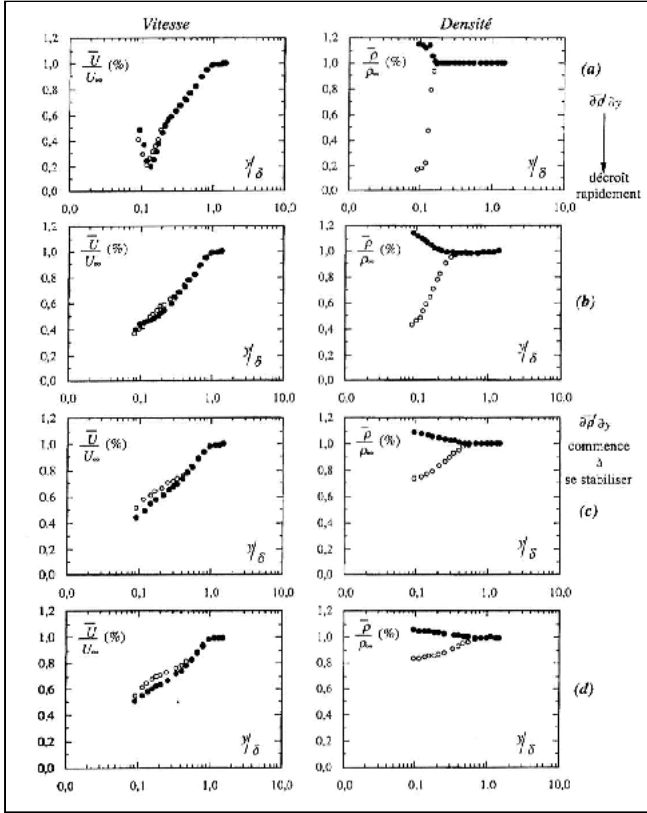


Figure 7: Profils moyens de la vitesse et de la densité ($U_\infty = 5,8$ m/s): (a) $x/e = 0,3$; (b) $x/e = 8,3$; (c) $x/e = 25$; (d) $x/e = 50$.
 \circ : Injection d'hélium, \bullet : Injection d'air.

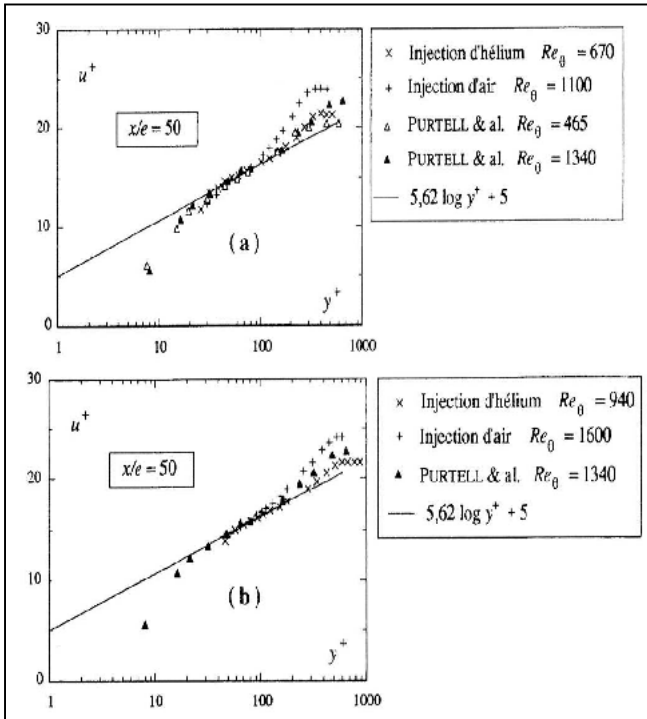


Figure 8: Profils moyens de la vitesse u^+ pour $x/e=50$. Comparaison avec la loi universelle de CLT et les résultats de Purcell *et al.* [7] à Re_0 équivalent.

(a) $U_\infty = 5,8$ m/s, (b) $U_\infty = 11,6$ m/s.

deux gaz injectés. Les profils de vitesse \bar{U}/U_∞ ne sont que très peu affectés par la nature du gaz injecté. Cependant, l'injection d'hélium donne lieu à des vitesses moyennes légèrement supérieures près de la paroi ($y/\delta < 0.4$), dans la région du développement de la couche limite ($x/e > 20$). Ceci conduit à une vitesse de frottement u_τ , déterminée à partir de la loi universelle de la couche limite turbulente, plus élevée de 10% pour une injection d'hélium. Indépendamment du gaz injecté, l'échelle interne de la vitesse u_τ de la couche limite formée dans la zone du régime développé varie dans la direction principale de l'écoulement. Cette variation est essentiellement liée au rapport de densité $\bar{\rho}_p / \rho_\infty$ (ρ_p est la densité à la paroi) agissant sur la viscosité à la paroi ν_p . Cependant, Cheng et Ng [3] n'ont pas noté ce changement de u_τ pour une couche limite fortement chauffée. Ils ne mentionnent qu'une faible variation, d'environ 2%, de la valeur de u_τ dans le cas d'une paroi chauffée ($T_p = 1100K$) par rapport au cas isotherme. Ce résultat est surprenant si l'on considère les propriétés connues de l'air où la viscosité cinématique présente une augmentation d'un facteur 9 entre 293K et 1100K [6].

L'évolution des profils de densité, présentés sur la figure 7, met en évidence une dilution très rapide et de très forts gradients de densité dans la zone initiale de l'écoulement (Fig. 7 a, b). Dans la zone du régime développé (Fig. 7 c, d), ces gradients atteignent un comportement asymptotique, pour lequel le rapport de densité $\bar{\rho}_p / \rho_\infty$ évolue lentement avec x et tend vers une valeur de l'ordre de 0,8 à la fin de la section d'essai, pour une injection d'hélium. Dans ce cas d'injection, on trouve un rapport de densité de 0,7 à $x = 25 e$ et de 0,8 à $x = 50 e$. La figure 8 présente les profils de vitesse moyenne en unités pariétales ($y^+ = yu_\tau/\nu$, $u^+ = u/u_\tau$). Elle montre que les profils moyens se regroupent très bien jusqu'à $y^+ \approx 100$.

Cependant, on obtient un léger écart ($\approx 10\%$) sur la vitesse entre les deux cas d'injection. Il est essentiellement lié à la différence de densité. Les résultats obtenus affichent une légère différence par rapport à la loi universelle (cas d'une couche limite turbulente sur une plaque plane classique) et aux mesures de Purcell *et al.* [7] sur des écoulements de couche limite à bas nombre de Reynolds. Ceci explique que les profils moyens de vitesse ne sont que peu affectés par la différence de densité.

Champs fluctuants

Les profils des fluctuations de vitesse et de densité présentés dans la figure 9 montrent que, dans la région proche de la paroi, l'intensité turbulente est renforcée par l'injection d'hélium. Le niveau de fluctuation de la vitesse, pour $y/\delta < 0.2$, croît beaucoup plus vite pendant le développement de l'écoulement pour une injection d'hélium que pour l'injection d'air. En effet, Cheng et Ng [3] trouvent la même tendance dans une couche limite fortement

chauffée, où $\sqrt{u'^2}/U_\infty \approx 12\%$ à $y/\delta = 0.05$ lorsque $T_p = 1100K$ alors que ces fluctuations n'atteignent que 10% dans le cas isotherme. Les deux profils de fluctuations de vitesse, dans notre cas, se rapprochent pour $x/e > 20$ et la

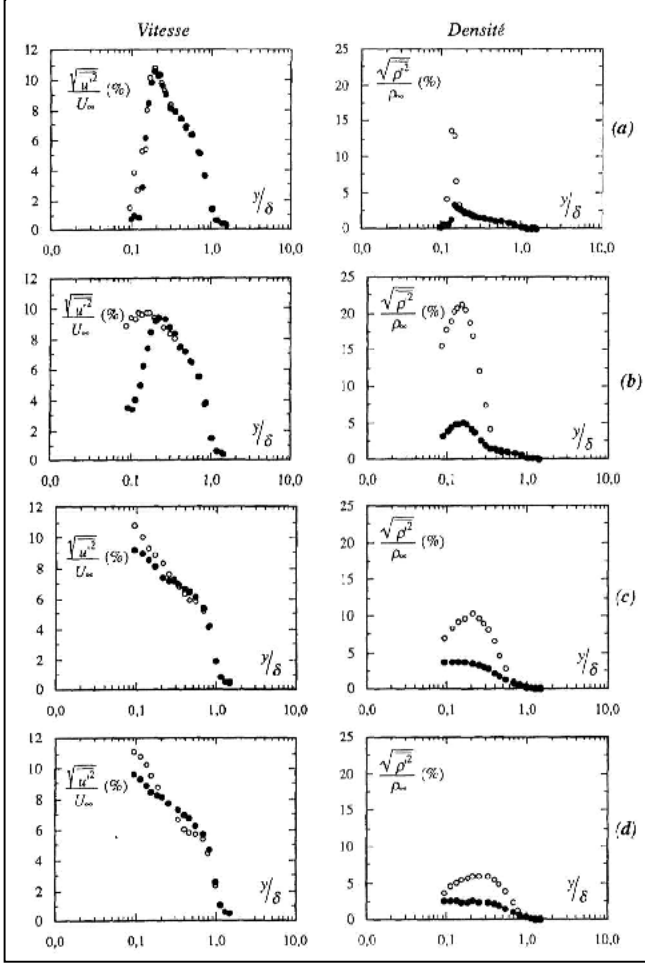


Figure 9: Profils des fluctuations de vitesse et de densité ($U_\infty = 5,8$ m/s): (a) $x/e = 0,3$; (b) $x/e = 8,3$; (c) $x/e = 25$; (d) $x/e = 50$.
 \circ : Injection d'hélium, \bullet : Injection d'air.

différence entre les deux profils devient faible. Le mélange entre les deux écoulements, initialement à densités différentes, donne naissance à des fluctuations très importantes au niveau de la couche de mélange (Fig. 9). La figure 9 montre que le niveau des fluctuations de densité, au voisinage de la paroi, est plus élevé lorsque le gaz injecté est de l'hélium dans la zone du développement du jet pariétal. Dans la région proche de l'injection, ces fluctuations sont très importantes ($\sqrt{\rho'^2} / \rho_\infty \approx 20\%$). Cependant, Cheng et Ng [3] montrent que les fluctuations de densité atteignent un maximum de $\sqrt{\rho'^2} / \rho_\infty \approx 12\%$. Ceci peut être dû aux différences dans les conditions expérimentales (un chauffage continu de la paroi dans l'étude de Cheng et Ng [3], et une discontinuité due à l'injection du gaz à densité différente dans la présente étude. La figure 10 montre que les profils des fluctuations de vitesse et de densité obtenus sont en bon accord avec ceux de LaRue et Libby [1]. La figure 11 montre un coefficient de corrélation très fort, entre les fluctuations de vitesse et de densité pour une injection d'hélium ($R_{\rho'u'} \approx 0.75$). Les mesures à la paroi confirment les résultats déduits des profils de vitesse et de densité. Il est montré que le frottement pariétal en régime développé n'est

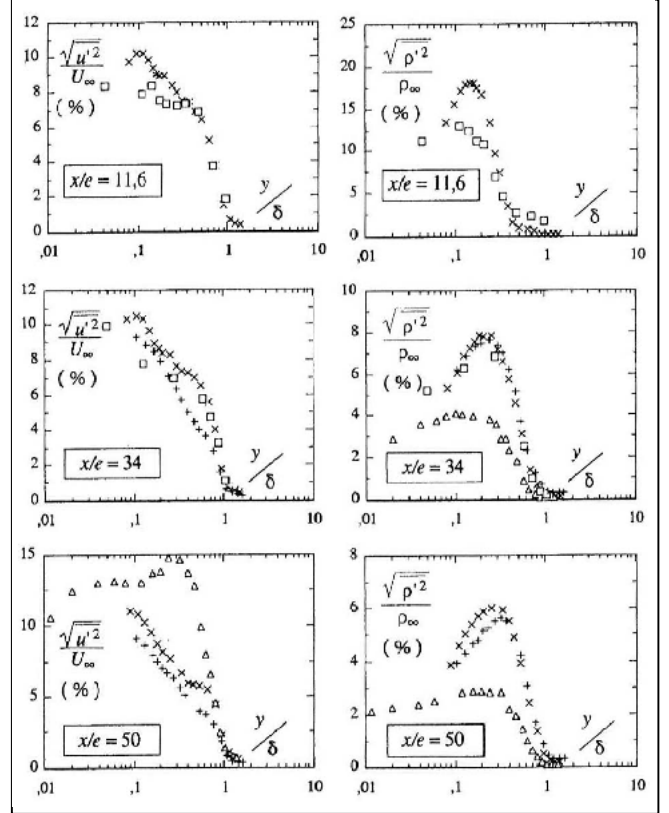


Figure 10: Profils des fluctuations de vitesse et de densité comparés à ceux obtenus par Riva [14] et LaRue et Libby [1] pour trois profils. Injection d'hélium.

Δ : Riva [14]: Fil chaud et sonde aspirante ($U_\infty = 5,8$ m/s, $U_d = 2$ m/s).
 $\hat{\Delta}$: LaRue et Libby [1].
 \times : Sonde d'interférence: cas d'injection d'hélium ($U_\infty = 5,8$ m/s, $U_d = 2$ m/s).
 $+$: Sonde d'interférence: cas d'injection d'hélium ($U_\infty = 11,6$ m/s, $U_d = 4$ m/s).

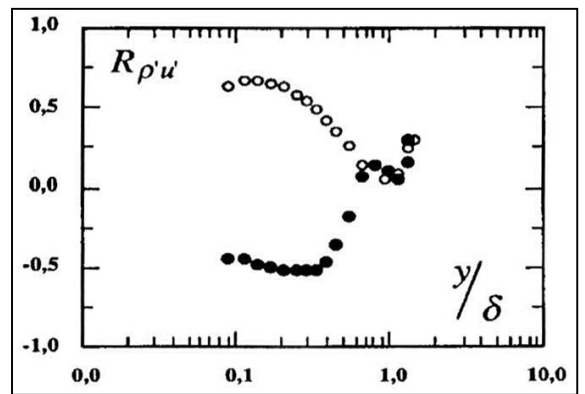


Figure 11: Coefficient de corrélation vitesse / densité $R_{\rho'u'}$ à $x/e = 25$.
 \circ Injection d'hélium, \bullet Injection d'air.

pas affecté par la nature du gaz injecté (Fig. 6 a). Cependant, la vitesse de frottement u_τ l'est de façon significative par l'injection de gaz de densités différentes (Fig. 6 b). De plus, les fluctuations du frottement pariétal, déterminés à l'aide

d'un film chaud collé sur la paroi, ne subissent pas une influence notable de la nature du gaz injecté. Dengel *et al.* [8], par une technique semblable, trouvent un résultat du même ordre de grandeur ($\sqrt{\tau_p'^2}/\tau_p = 13\%$), dans un écoulement turbulent homogène. Nos résultats montrent que ces fluctuations sont de l'ordre de $\sqrt{\tau_p'^2}/\tau_p = 15\%$, dans la zone de l'écoulement développé. Ces valeurs restent cependant inférieures à la valeur généralement admise de $\sqrt{\tau_p'^2}/\tau_p = 36\%$ en écoulement homogène. L'écart est dû au phénomène de conduction parasite dans la paroi qui affecte fortement la réponse du film chaud. Les étalonnages effectués en régime statique conduisent à une sous-évaluation des fluctuations en régime turbulent. D'autre part, l'injection d'hélium donne à la paroi des niveaux importants de fluctuations de densité, dans la zone de transition de l'ordre de $\sqrt{\rho_p'^2}/\rho_p \approx 10\%$ à $x/e = 10$ (Fig. 6c). Ces fluctuations restent supérieures à celles données par l'injection d'air dans les deux régions du développement du jet pariétal. Ce résultat peut s'expliquer, en partie, par l'influence de la nature du gaz injecté sur la vitesse de frottement $u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho_p}$. L'analyse de ces résultats permet une étude détaillée des structures présentes dans ce type de couche limite.

Dans les mêmes conditions expérimentales, et ayant pour objectif de connaître le détail des mécanismes de la couche limite turbulente en présence de variations importantes de densité, il est important d'analyser la distribution instantanée des fluctuations de densité $\rho' = f(u')$ dans les quatre quadrants du plan $\rho'-u'$. L'orientation de cette distribution dans les quadrants, nous donne une information sur la corrélation vitesse-densité. L'étude de cette corrélation double permet de mettre en évidence deux modes dominants des fluctuations de vitesse et de densité dans le mouvement du fluide (éjection- balayage). Cette corrélation est, aussi, une variable importante pour comprendre l'effet des fortes différences de densité sur le comportement des structures de la turbulence et leurs contributions aux mouvements du fluide dans la couche limite turbulente étudiée.

Evolution de la distribution instantanée de $u'-\rho'$ dans les quadrants

L'analyse par la méthode des quadrants est l'une des diverses techniques de détection des structures présentes dans un écoulement turbulent. Elle consiste en la distribution des fluctuations de vitesse et de densité u' et ρ' dans les quatre domaines du plan ($u' \rho'$) selon leurs signes. Cette technique a été notamment employée par Wark et Nadjib [9], Krögsad *et al.* [10], Deleuze *et al.* [11], et Wardana *et al.* [12].

Les mêmes caractéristiques sont trouvées dans la description générale du mouvement cohérent avec toutes les méthodes de détection. La production maximum de turbulence apparaît dans la couche interne, (i) par des éjections intermittentes et puissantes du fluide, près de la

paroi, de faible quantité de mouvement et (ii) par le balayage du fluide, de grande quantité de mouvement, vers la paroi. Beaucoup de modèles théoriques ont essayé de décrire des interactions entre les différentes régions de la couche limite en employant principalement la notion de "Vortex motions". Un inventaire de ces mouvements a été fourni par Robinson [13]. Dans notre travail, on a utilisé la méthode des quadrants pour étudier le mouvement des structures cohérentes.

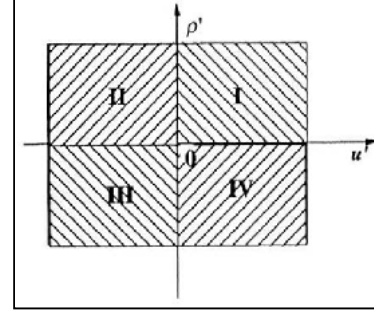


Figure 12: Représentation du signe de $R_{\rho'u'}$ dans les quatre quadrants.

Les distributions instantanées des contributions aux quadrants (Fig. 12) de (ρ', u') sont montrées dans les figures 13 à 16 respectivement à $x/\delta = 0.5$, $x/\delta = 1.25$, $x/\delta = 2.5$, $x/\delta = 5$, et pour les différentes valeurs de y^+ allant de 10 à 130. Les valeurs instantanées de u' et de ρ' sont respectivement rapportées aux écarts-types locaux $\sigma_u = \sqrt{u'u'}$ et $\sigma_\rho = \sqrt{\rho'\rho'}$. Les échantillons contiennent 5000 points. La couche limite turbulente non-homogène avec $\Delta\rho = \rho_{inj} - \rho_\infty > 0$ (injection de l'air) est systématiquement comparée avec celle où $\Delta\rho < 0$ (injection d'hélium). On remarque en premier lieu que lorsque $\partial\bar{\rho}/\partial y > 0$ (cas de l'injection d'hélium), la distribution de $\rho'-u'$ est orientée du premier quadrant vers le troisième. Alors que la situation s'inverse avec $\partial\bar{\rho}/\partial y < 0$ (cas de l'injection d'air) où la distribution s'oriente du deuxième vers le quatrième quadrant. Ce comportement peut être compris à travers les mécanismes bien connus qui gèrent la génération de la contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}$ dans une couche limite turbulente. Considérons l'éjection d'un volume de fluide avec $v' > 0$ de la région près de la paroi à $y = y_i$ vers la couche externe à $y = y_f$ (Fig. 17). Par un raisonnement tout à fait identique à celui de Prandtl, on peut aisément comprendre que le transport de cette parcelle de fluide engendre une fluctuation de densité:

$$\rho' \sim \rho(S_c) - \bar{\rho}(y_f) \sim -\partial\bar{\rho}/\partial y \cdot (y_f - y_i) < 0$$

(S_c : structure cohérente) et une fluctuation de vitesse:

$$u' \sim u(S_c) - \bar{u}(y_f) \sim -\partial\bar{u}/\partial y \cdot (y_f - y_i) < 0$$

lorsque $\partial\bar{\rho}/\partial y > 0$, à condition qu'elle soit suffisamment cohérente pour garder sa masse volumique $\rho(S_c)$ et sa vitesse $u(S_c)$ initiales durant sa trajectoire c'est-à-dire que le temps de diffusion ne soit pas court (Fig.17a). Lorsque le gaz injecté est de l'hélium, les éjections ($u' < 0$, $v' > 0$) coïncident par conséquent avec $\rho' < 0$ alors que les balayages ($u' < 0$, $v' < 0$) sont associés à $\rho' > 0$. Etant données les prépondérances

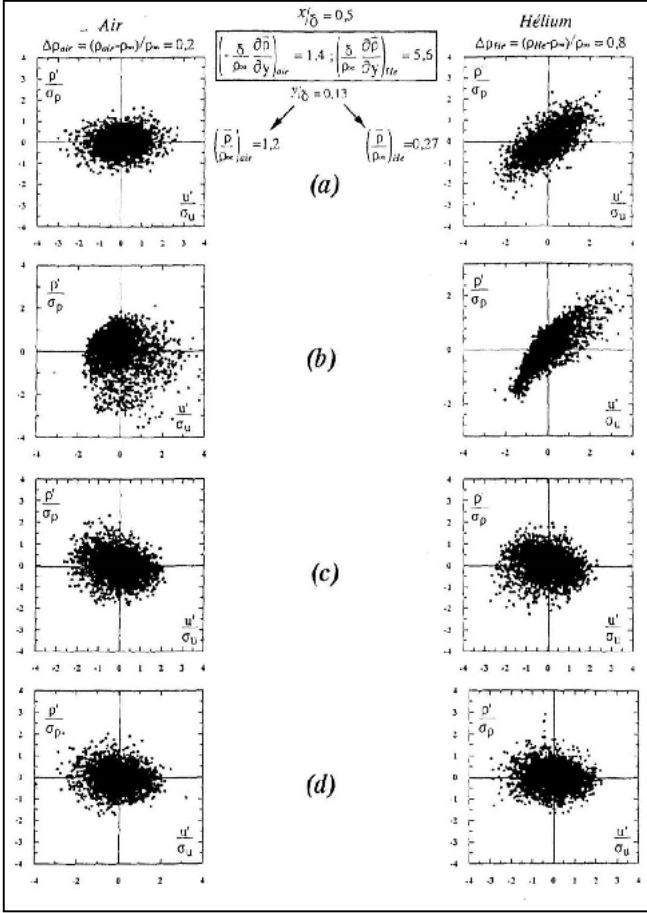


Figure 13: Distribution du signal $\rho' = f(u)$ dans les quatre quadrants en fonction de y/δ à $x/\delta = 0.5$:

- (a) $y/\delta = 0.13$ ($y_{air}^+ = 21, y_{He}^+ = 10$),
- (b) $y/\delta = 0.19$ ($y_{air}^+ = 27, y_{He}^+ = 19$),
- (c) $y/\delta = 0.27$ ($y_{air}^+ = 35, y_{He}^+ = 56$),
- (d) $y/\delta = 0.42$ ($y_{air}^+ = 59, y_{He}^+ = 124$).

de ces types d'événements dans la couche interne, on peut alors comprendre pourquoi le coefficient de corrélation $R_{\rho'u'} = \overline{\rho'u'}/\sqrt{\overline{\rho'\rho'}}\sqrt{\overline{u'u'}}$ est positif lorsque $\partial\bar{\rho}/\partial y > 0$. Le raisonnement s'inverse bien évidemment lorsque le gaz injecté dans un mélange air-hélium est de l'air, et on obtient un coefficient de corrélation $R_{\rho'u'} < 0$. A défaut de mesure de v' , la fluctuation de densité ρ' est par conséquent *a priori* un bon indicateur des mouvements du fluide normaux à la paroi et on a $\overline{\rho'v'}\partial\bar{\rho}/\partial y < 0$. Il faut cependant souligner le fait que la correspondance $v'-\rho'$ n'est que qualitative. En effet, les équations qui gouvernent les flux massiques $\overline{u'\rho'}$ et $\overline{v'\rho'}$ sont fondamentalement différentes pour les mêmes raisons que $\overline{u'u'}$ et $\overline{v'v'}$ dans une couche limite avec un $\Delta\rho=0$. L'équation de $\overline{u'\rho'}$ peut être déduite sans difficulté et sans l'intervention de l'équation de la concentration. L'équation instantanée dynamique s'écrit:

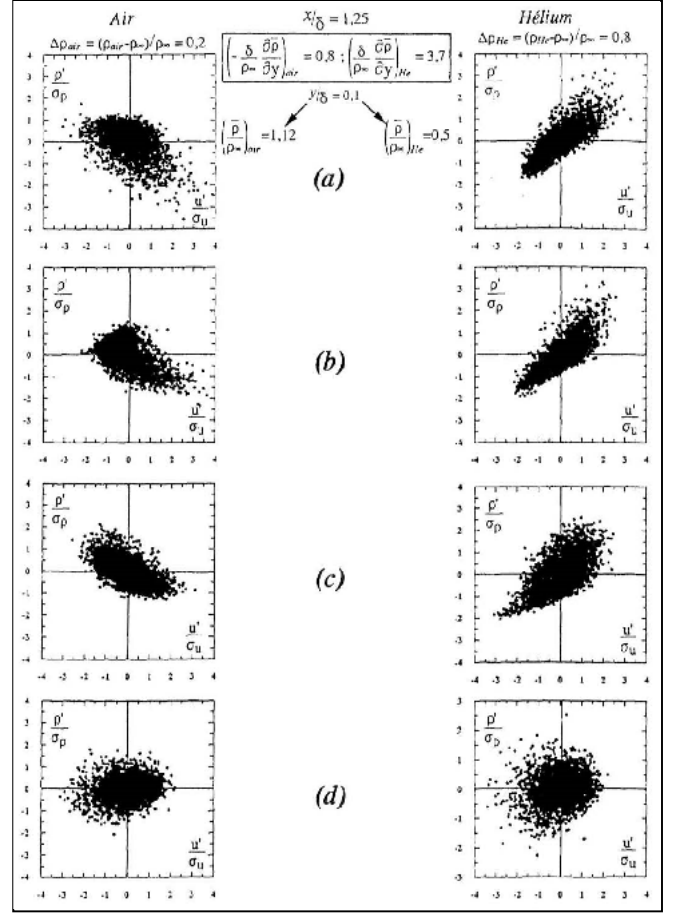


Figure 14: Distribution du signal $\rho' = f(u)$ dans les quatre quadrants en fonction de y/δ à $x/\delta = 1.25$:

- (a) $y/\delta = 0.10$ ($y_{air}^+ = 20, y_{He}^+ = 15$),
- (b) $y/\delta = 0.15$ ($y_{air}^+ = 27, y_{He}^+ = 22$),
- (c) $y/\delta = 0.20$ ($y_{air}^+ = 39, y_{He}^+ = 48$),
- (d) $y/\delta = 0.40$ ($y_{air}^+ = 66, y_{He}^+ = 108$).

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - \overline{u'_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \overline{U_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

où

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} - (\overline{P} - p')\delta_{ij}$$

et celle de la continuité s'écrit:

$$\frac{\partial \rho'_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho} u'_j + \rho' \overline{U_j} + \rho' u'_j) = 0 \quad (2)$$

En multipliant les équations (1) et (2) respectivement par ρ' et u'_i , on obtient après sommation:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\overline{u'_i \rho'}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' u'_i U_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' u'_i u'_j}) \\ & + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_j} + \overline{\rho' u'_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} = \\ & - \rho' \left(u'_i \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) = -\rho \phi_i \end{aligned} \quad (3)$$

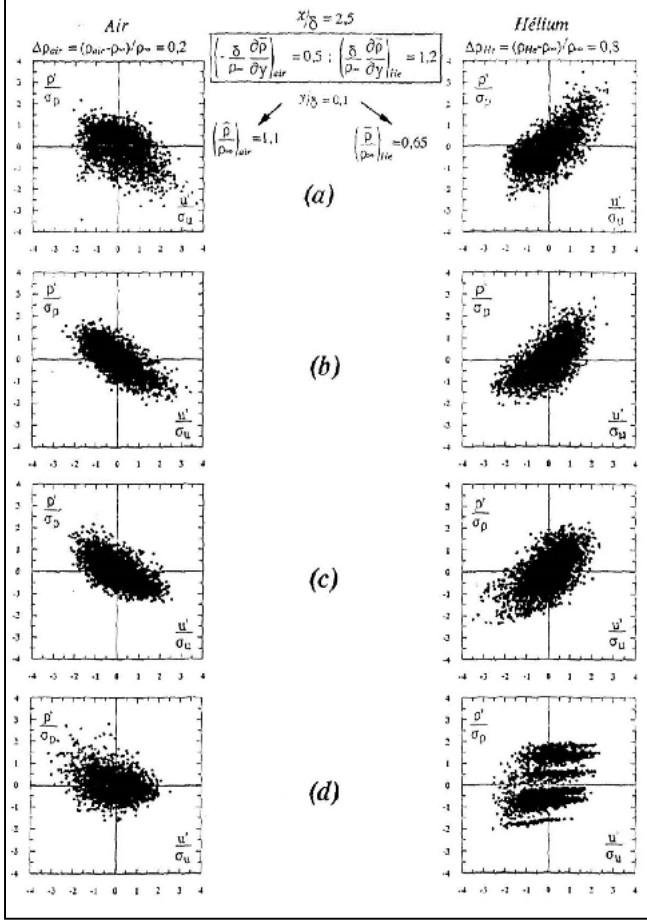


Figure 15: Distribution du signal $\rho' = f(u')$ dans les quatre quadrants en fonction de y/δ à $x/\delta = 2.5$:

- (a) $y/\delta = 0.10$ ($y_{\text{air}}^+ = 21, y_{\text{He}}^+ = 19$),
- (b) $y/\delta = 0.15$ ($y_{\text{air}}^+ = 33, y_{\text{He}}^+ = 34$),
- (c) $y/\delta = 0.22$ ($y_{\text{air}}^+ = 47, y_{\text{He}}^+ = 57$),
- (d) $y/\delta = 0.42$ ($y_{\text{air}}^+ = 88, y_{\text{He}}^+ = 128$).

Nous avons gardé le terme $\overline{\partial u'_i \rho' / \partial t}$ pour des raisons qui seront éclaircies ci-dessous. On a par conséquent

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\rho' u'}}{\partial t} \approx -\overline{\rho' v'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} - \overline{u' v'} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial y} - \overline{u'^2} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} \\ - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' u' u'_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' u' U_j}) - \overline{\rho \phi_1} \end{aligned} \quad (4)$$

alors que

$$\frac{\partial \overline{\rho' v'}}{\partial t} \approx \overline{\rho' v'} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} - \overline{v'^2} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' v' u'_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho' v' U_j}) - \overline{\rho \phi_2} \quad (5)$$

Dans une turbulence cisailée, la corrélation de pression-vitesse transforme une partie de $\overline{u'^2}$ en $\overline{v'^2}$ qui alimente à son tour la contrainte de Reynolds $-\overline{u' v'}$ et cette dernière réalimente $\overline{u'^2}$. C'est le fameux cercle de la régénération des contraintes de Reynolds. Un tel mécanisme n'est pas immédiatement transparent à travers les équations (4) et (5).

Il faut pour autant remarquer l'existence des deux termes de

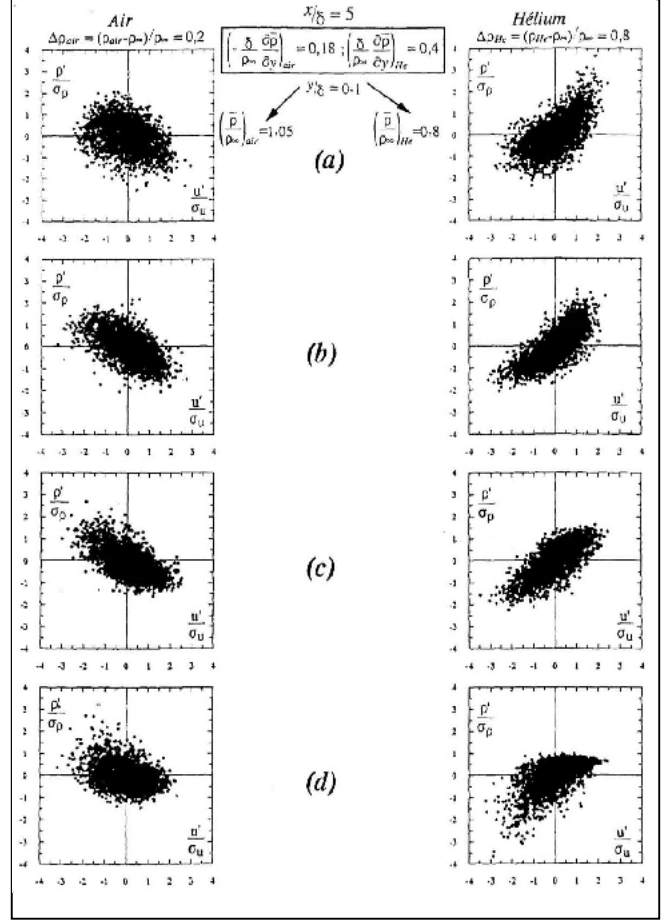


Figure 16: Distribution du signal $\rho' = f(u')$ dans les quatre quadrants en fonction de y/δ à $x/\delta = 5$:

- (a) $y/\delta = 0.10$ ($y_{\text{air}}^+ = 21, y_{\text{He}}^+ = 19$),
- (b) $y/\delta = 0.15$ ($y_{\text{air}}^+ = 37, y_{\text{He}}^+ = 35$),
- (c) $y/\delta = 0.25$ ($y_{\text{air}}^+ = 62, y_{\text{He}}^+ = 65$),
- (d) $y/\delta = 0.46$ ($y_{\text{air}}^+ = 111, y_{\text{He}}^+ = 129$).

production $-\overline{\rho' v'} \partial \overline{U} / \partial y > 0$ et $-\overline{u' v'} \partial \overline{\rho} / \partial y > 0$ dans l'équation qui fournit $\overline{\partial \rho' u' / \partial t}$. Ces deux termes renforcent fortement la corrélation $R_{\rho' u'}$. Plus clairement, $\overline{\rho' u'} \sim (-\overline{\rho' v'} \partial \overline{U} / \partial y - \overline{u' v'} \partial \overline{\rho} / \partial y) t$ croît avec le temps dans la zone où $-\overline{\rho' v'} > 0$ et $-\overline{u' v'} \partial \overline{\rho} / \partial y > 0$, jusqu'à une valeur limite dictée par les mécanismes visqueux et par le terme non-linéaire $\partial(\overline{\rho' u' u'_j}) / \partial x_j$. Il faut remarquer que ce sont des arguments fondés sur des modèles de type distorsion rapide, dans lesquels on considère l'effet des gradients pour des temps courts. Il serait très intéressant de faire une analyse de ce type où le gradient $\partial \overline{\rho} / \partial x_j$ serait introduit à un instant $t = 0$ dans une turbulence non-homogène près de la paroi. Le terme de production $-\overline{\rho' v'} \partial \overline{U} / \partial y$ n'a pas d'équivalent dans l'équation (5) de $\overline{\rho' v'}$ et on peut donc

s'attendre à ce que $-\overline{\rho'v'}$ soit significativement plus faible $R_{\rho'v'} \sim 0.5$.

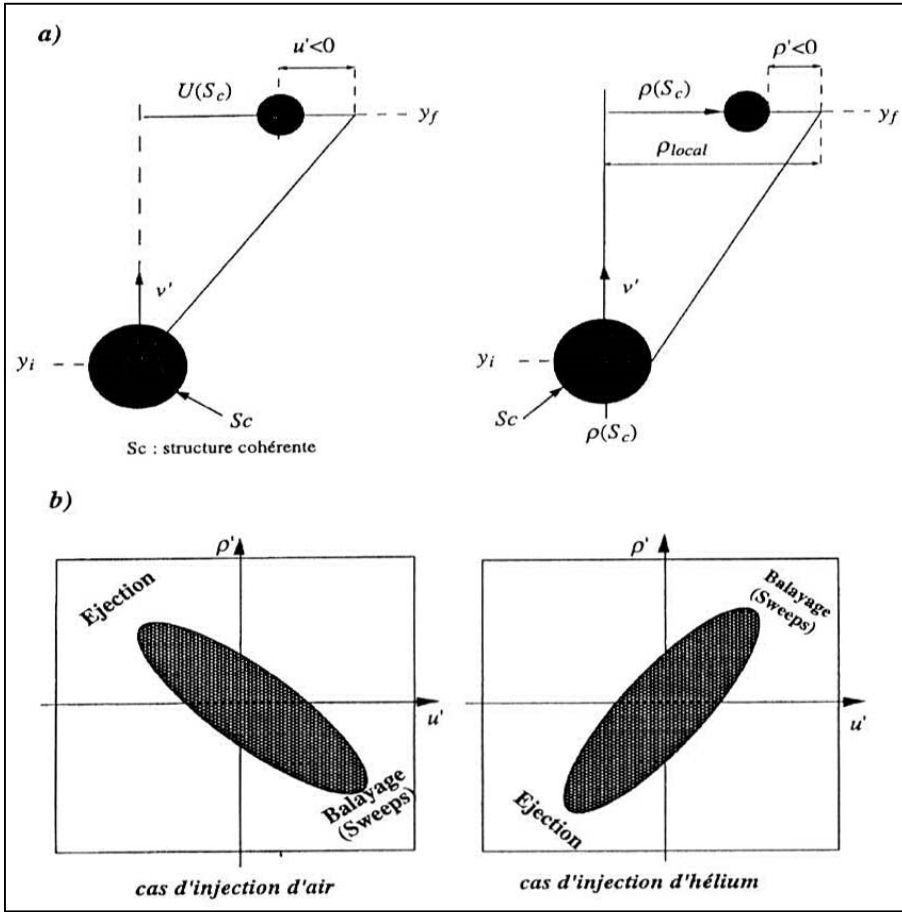


Figure 17: (a) Mouvement d'un volume de fluide en présence d'un $\partial \bar{U} / \partial y > 0$ et d'un $\partial \bar{\rho} / \partial y > 0$ (cas de l'hélium). (b) Schémas de l'orientation de la distribution instantanée des fluctuations de densité en fonction des fluctuations de vitesse dans les quatre quadrants.

La distribution dans les quadrants, pour un x/δ donné, devient de plus en plus dispersée avec y/δ , ce qui est compréhensible, car la corrélation $R_{\rho'u'}$ diminue vers la couche externe. Un point intéressant est l'évolution rapide de $R_{\rho'u'}$ vers un niveau élevé, de l'ordre de 0,75 pour l'injection d'hélium (Fig. 19). La distribution dans les quadrants $\rho'-u'$ se stabilise qualitativement dès que $x/\rho \sim 2.5$.

Cette stabilisation est légèrement plus rapide lorsque le gaz injecté est de l'hélium. Cette modification structurelle de la turbulence sous l'effet d'une différence de densité importante est donc produite dans le début du développement de la couche limite de concentration. La relaxation vers un état caractéristique de la couche limite sans $\Delta\rho$ est lente, puisque l'on constate le maintien d'un coefficient $R_{\rho'u'}$ élevé vers la fin de la veine d'essai: $R_{\rho'u'}$ vaut encore 0,65 pour $x/\delta = 5$ à comparer à 0,5 pour l'injection d'air à la même abscisse. Notons qu'entre les deux stations à $x/\delta = 1.25$ et $x/\delta = 5$, l'écart de la masse volumique $\Delta\rho = \rho_\infty - \rho_p$ a chuté d'un facteur 3 et que le gradient de la masse volumique moyenne $(\delta/\rho_\infty)\partial\bar{\rho}/\partial y$ a chuté d'un facteur 10, alors que le

que $\overline{\rho'u'}$, de même qu'éventuellement

$$R_{-\rho'v'} = \frac{-\overline{\rho'v'}}{\sqrt{\overline{\rho'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}} < R_{\rho'u'}$$

bien que $R_{-\rho'v'}$ est compensé par les valeurs faibles de $\sqrt{\overline{v'^2}}$. Ces arguments sont en accord avec les observations de Wardana *et al.* [12] qui ont étudié la structure de la turbulence dans un canal fortement chauffé. Nous reproduisons dans la figure 18 les distributions dans les quadrants de θ'/σ_θ , u'/σ_u et v'/σ_v , obtenus par ces auteurs. Ce cas est physiquement équivalent à $\partial\bar{\rho}/\partial y > 0$ i.e. à l'injection de l'hélium, avec bien évidemment l'équivalence qualitative entre $\rho'(t) \sim -\theta'(t)$. Il faut en premier lieu remarquer la bonne concordance des distributions $(\rho'u')$ à $y/\delta \sim 0,15$ que nous étudions ici avec celle de $(-\theta'u')$ à $y/H \sim 0,13$ de Wardana *et al.* [12]. En second lieu, il est clair que la distribution $(-\theta',v')$ est nettement plus dispersée que celle $(-\theta',u')$ dans la figure 18, ce qui donne lieu à un coefficient de corrélation $R_{-\theta'v'}$ significativement plus faible que celui $R_{-\theta'u'}$. Ces auteurs trouvent $R_{-\theta'u'} \sim 0.7$ et

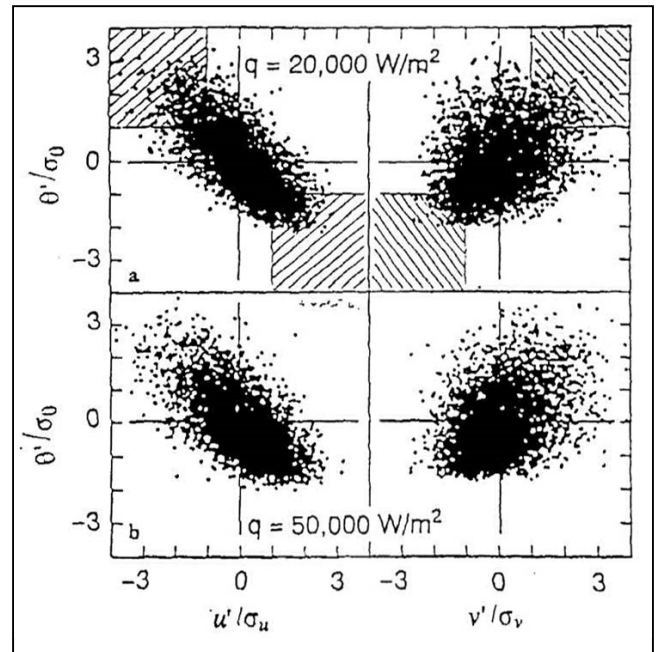


Figure 18: Distributions de $u' = f(\theta)$ et de $v' = f(\theta)$ dans les quatre quadrants à $y/H = 0.13$: Wardana *et al.* [12].

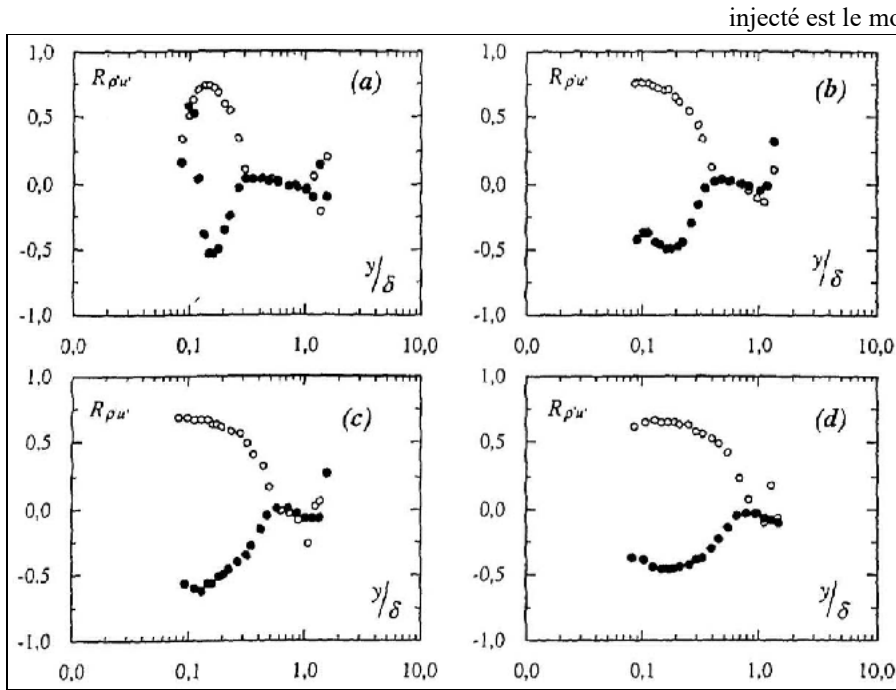


Figure 19: Coefficient de corrélation vitesse/densité : $R_{\rho'u'} = \frac{\overline{\rho'u'}}{\sqrt{\overline{\rho'^2}} \sqrt{\overline{u'^2}}}$.

(a) $x/\delta = 0.5$, (b) $x/\delta = 1.25$, (c) $x/\delta = 2.5$, (d) $x/\delta = 5$.
 ○ : Injection d'hélium, ● : Injection d'air.

coefficient de corrélation s'est maintenu à une valeur élevée. On peut donc penser que l'effet des forts écarts de densité est d'agir directement sur la turbulence au début de l'écoulement et que la modification de structure de la turbulence se maintient vers l'aval à cause d'une relaxation lente sur une distance de 5δ .

CONCLUSION

Dans cet article, nous avons analysé les données expérimentales des fluctuations de vitesse et de densité obtenues dans une couche limite turbulente d'un mélange air-hélium. Cette analyse apporte une contribution à la compréhension de la structure de la turbulence pariétale en présence de fortes variations de densité. Cette étude permet de dégager un certain nombre de conclusions :

- Les profils de vitesse moyenne sont peu affectés par la densité du gaz injecté. On note cependant une faible augmentation de la vitesse dans la zone proche de la paroi pour le gaz injecté le plus léger. Ce résultat est semblable à celui obtenu par d'autres auteurs dans une couche limite fortement chauffée.
- Dans le cas étudié, l'injection de gaz différents ne modifie pas l'épaisseur de la couche limite obtenue.
- Le frottement pariétal n'est pas, dans notre cas, affecté par la nature du gaz injecté. Il en résulte que l'écart de densité, provoqué loin en aval par l'injection de gaz de densités différentes, modifie la vitesse de frottement u_τ .
- Les fluctuations de vitesse, dans la région proche de la paroi, sont légèrement plus importantes lorsque le gaz

injecté est le moins dense.

- Le coefficient de corrélation $R_{\rho'u'}$, entre les fluctuations de densité et de vitesse, est de signe opposé suivant que le gaz injecté est plus ou moins dense que le milieu externe. En valeur absolue, $R_{\rho'u'}$ est compris entre 0,6 et 0,7, ce qui traduit une forte corrélation entre les variations de densité et de vitesse longitudinale.

L'analyse du signal $\rho' = f(u')$ dans les quatre quadrants du plan $u'-\rho'$ montre que la distribution instantanée est principalement concentrée selon les premier et troisième quadrants lorsque le gaz injecté est de l'hélium ($\Delta\rho < 0, \partial\bar{\rho}/\partial y > 0$) et selon les deuxième et quatrième quadrants lorsque le gaz injecté est de l'air ($\Delta\rho > 0, \partial\bar{\rho}/\partial y < 0$). Les résultats obtenus montrent que la structure de la turbulence est significativement affectée par l'injection d'hélium dans une couche limite de gaz beaucoup plus dense. On a pu ainsi mettre en évidence :

- Une forte augmentation du coefficient de corrélation $R_{\rho'u'}$.
- Une contribution importante des éjections dans la partie externe de la couche limite et des balayages près de la paroi.

L'évolution des phénomènes dans le développement de la couche limite montre que la structure de la turbulence atteint rapidement (pour une distance de l'ordre de 1.25δ) un état quasi-établi. Dans cette région initiale, l'activité turbulente est renforcée, sans doute par les gradients de densité qui contribuent à la production d'énergie cinétique de la turbulence. Les résultats montrent que la région aval (jusqu'à 5δ) est caractérisée par une lente relaxation vers le régime de la couche limite canonique. Il semble bien que les gradients de densité locaux ne contribuent plus de manière significative à l'énergie de la turbulence et que les modifications de structure de la turbulence résultent à cette distance de l'injection d'un effet de mémoire des bouleversements initiaux.

REFERENCES

- [1]- LaRue J.C. and Libby P.A., "Measurements in the turbulent boundary layer with slot injection of helium", *Phys. Fluids*, 20(2), (1977), pp. 192-202.
- [2]- LaRue J.C. and Libby P.A., "Further results related to the turbulent boundary layer with slot injection of helium", *Phys. Fluids*, 23(6), (1980), pp. 1111-1118.
- [3]- Cheng R.K. et Ng T.T., "Some aspects of strongly heated turbulent boundary layer flow", *Phys. Fluids*, 25(8), (1982), pp. 1333-1341.
- [4]- Way J. et Libby P.A., "Application of hot wire anemometry

- and digital techniques to measurements in a turbulent helium jet", *A.I.A.A.J.*, 9(8), (1971), pp. 1567-1573.
- [5]- Way J., and Libby P.A., "Hot wire probes for measuring velocity and concentration in helium-air mixtures", *A.I.A.A.J.*, 8(5), (1970), pp. 976-978.
- [6]- Bejan A., "Convective heat transfer", John Wiley & Sons, New York, (1995).
- [7]- Purtell L.P., Klebanoff P.S. and Buckley F.T., Turbulent boundary layer at low Reynolds number. *Phys. Fluids*, 24(5), (1981), pp. 802-811.
- [8]- Dengel P., Fernholz H.H. and Hess M., "Effects of longitudinal diffusion in the fluid and of heat transfer conduction to the substrate on the response of hot film gages", In Springer-Verlag, editor, *Advances in turbulence*, (1987), pp. 470-479.
- [9]- Wark C.E. et Nagib H.M., "Experimental investigation of coherent structures in turbulent boundary layers", *J. Fluid Mech.*, 230, (1991), p. 183.
- [10]- Krögstad P.A., Antonia R.A. and Browne W.B., "Comparison between rough and smooth wall turbulent boundary layer", *J. Fluid Mech.*, 245, (1992), p. 599.
- [11]- Deleuze J., Audiffren N. and Elena M., "Quadrant analysis in a heated – wall supersonic boundary layer", *Phys. Fluids*, 6(12), (1994), pp. 4031 - 4040.
- [12]- Wardana I.N.G., Ueda T. and Mizimoto M., "Velocity - temperature correlation in strongly heated channel flow", *Experiments in fluids*, 18, (1995), pp. 454-461.
- [13]- Robinson S.K., "Coherent motions in the turbulent boundary layer", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, (23), (1991), pp. 601-639.
- [14]- Riva R., "Ecoulement de fluide inhomogène: stabilité des jets, transferts turbulents dans les couches limites", Thèse, INPG, France, (1991). □