

## ETUDE DES NOYAUX RICHES EN NEUTRONS A DEUX NUCLEONS DE VALENCE AU VOISINAGE DES COUCHES FERMEES DE Z=82, 50 ET 28. SIMILARITE

Reçu le 08/01/2008 – Accepté le 15/09/2008

### Résumé

L'étude des noyaux au voisinage des couches fermées a un grand intérêt pour l'identification de la structure nucléaire, particulièrement les noyaux ayant quelques nucléons de valence autour des couches  $Z = 28, 50$  et  $82$ . Dans ce travail, nous nous intéressons aux isobares de nombre de masse  $A=210, 134$  et  $70$ . Les calculs des spectres d'énergie développés utilisant les interactions schématiques Delta et MSDI, montrent un accord satisfaisant avec les mesures expérimentales des énergies des niveaux et leurs séquences. Nous avons tenté d'étendre la similarité existante entre les régions du plomb et de l'étain à la région du Nickel.

**Mots clés:** Noyaux magiques, Modèle en couches, interactions effectives Delta et MSDI, Nickel, Etain, Plomb, Similarité.

### Abstract

Study of nucleus in the vicinity of closed shells has a great interest for nuclear structure identification, particularly nuclei with few valence nucleons around  $Z=28, 50$  and  $82$  shells. In this work, we are interested of the isobars with  $A=210, 134$  and  $70$ . The calculation of energies spectra using the schematic interactions Delta and MSDI, show a good agreement with the experiment measures of the energies levels and so there sequences. We have expanded the similarity existed between lead and tin regions, towards the Nickel region.

**Keywords:** Magic nucleus, shell model, effective interactions Delta and MSDI, Nickel, Tin, Lead, Similarity.

**F. BENRACHI  
H. SAIFI**

Laboratoire de Physique Mathématique  
et Physique Subatomique,  
Département de Physique, Université  
Mentouri Constantine, Algérie

### ملخص

$$.82 \quad 50 \quad 28 = Z$$

$$. 70 \quad 134 \quad 210 = A$$

MSDI Detla

الكلمات المفتاحية:

## 1- Introduction

Les noyaux riches en neutrons ayant quelques nucléons de valence autour des noyaux possédant des fermetures de couches, spécialement les régions autour des noyaux doublement magiques  $^{208}\text{Pb}$  et  $^{132}\text{Sn}$  et les noyaux semi doublement magiques  $^{68}\text{Ni}$  [1], ont un grand intérêt expérimental et théorique. Ces régions sont importantes dans le domaine de la structure nucléaire. Elles fournissent des informations très intéressantes sur l'interaction  $\mathbf{N} - \mathbf{N}$  et sur les processus astrophysiques. Elles représentent aussi une excellente opportunité dans les applications du modèle en couches dans des espaces réduits et le test de la validité de l'hamiltonien de l'interaction effective pour les noyaux dans ces régions.

Dans ce travail, on s'intéresse aux noyaux ayant deux nucléons de valence autour des noyaux  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{68}\text{Ni}$ . L'étude théorique est réalisée dans le cadre du modèle en couches. Les calculs portent sur la détermination des spectres en énergie de ces noyaux au moyen des interactions schématiques **Delta** et **MSDI**. Les deux régions doublement magiques de  $^{210}\text{Pb}$  et  $^{132}\text{Sn}$  présentent une structure similaire très intéressante. En effet, Blomqvist [2] découvrit l'existence d'une forte analogie entre les propriétés nucléaires des noyaux de ces deux régions. Dans ce concept, on a tenté de déduire une homologie entre ces deux régions et celle du nickel. L'extension de cette similarité se base sur celle obtenue entre les régions de l'étain et du plomb, et sur des données expérimentales récentes. Signalons que les noyaux de la région du nickel se situent comme ceux de l'étain loin de la ligne de stabilité. Les spectres en énergie des isobares à deux nucléons de valence sont établis pour déduire les similarités.

## 2- Interactions résiduelles du modèle en couches

L'étude de la structure nucléaire des noyaux complexes consiste en la description de leurs propriétés nucléaires en termes d'interaction  $\mathbf{N-N}$  dans le cadre d'un modèle, spécialement le modèle en couches.

Notre travail est focalisé sur la détermination des spectres en énergies des isobares de nombre de masse  $A=210$ , 134 et 70 utilisant deux types d'interactions effectives **Delta** et **MSDI**. L'interaction Delta de courte portée est considérée avec le terme d'échange de spin [3]:

$$V_{a,b}(\vec{r}) = -V_{\text{eff}} \left( 1 - \alpha + \alpha g \vec{\sigma}_a \vec{\sigma}_b \right) \delta(\vec{r}_a - \vec{r}_b) \quad (1)$$

$V_{\text{eff}}$  est la profondeur de l'interaction,  $\alpha$  est le terme d'échange variant entre [0-1], et  $g$  est un paramètre correctif incluse dans la formule connue de Heyde [4].

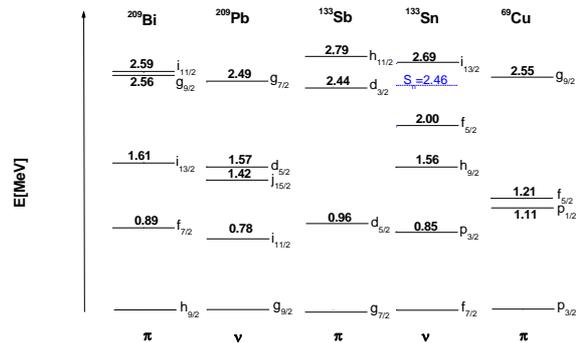
L'interaction de surface Delta modifiée a comme forme [5]:

$$V^{\text{MSDI}}(a,b) = -4A_r \delta(\vec{r}(a) - \vec{r}(b)) \delta(\vec{r}(a) - R_0) + B(\tau(a)\tau(b)) + C$$

$A_T(T=0,1)$  est un paramètre de force déterminé expérimentalement.  $R_0$  est le rayon nucléaire.  $r(a)$  et  $r(b)$  sont les vecteurs de position des deux nucléons en interaction. Les deux derniers termes dans (2) sont des constantes dépendant seulement des coordonnées d'isospin.

Les paramètres des deux interactions sont ajustés à partir des données expérimentales des noyaux impair-impairs dans ces régions.

Dans le cadre du modèle utilisé, on considère les noyaux  $^{68}\text{Ni}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$  comme des cœurs inertes. L'espace modèle pour les noyaux de la région du nickel est constitué des orbitales ( $2p_{3/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $1g_{9/2}$ ) des protons et réduit à la seule orbitale intruse  $1g_{9/2}$  de neutrons [3]. Les orbitales ( $1g_{7/2}$ ,  $2d_{5/2}$ ,  $1h_{9/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1h_{11/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ) [6] constituent l'espace modèle des noyaux de la région de l'étain et les orbitales ( $1h_{9/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{11/2}$ ,  $2g_{9/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $1j_{15/2}$ ) [7] celles de la région du plomb. Les énergies des états individuels (**spe**) sont déterminées à partir des spectres expérimentaux des noyaux à un proton et à un neutron de valence, ( $^{68}\text{Ni}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$ )  $\otimes \pi$  ou  $\nu$ . Elles sont notamment bien connues pour les noyaux des régions  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$  mais peu connues pour le  $^{68}\text{Ni}$ . Ces énergies sont montrées sur la figure-1.



**Figure-1:** Energies des états individuels à 1p, 1n célibataire ( $^{69}\text{Cu}$ ,  $^{69}\text{Ni}$ ) [3], ( $^{133}\text{Sb}$ ,  $^{133}\text{Sn}$ ) [7] et ( $^{209}\text{Bi}$ ,  $^{209}\text{Pb}$ ) [7].

La base de l'oscillateur est utilisée avec une énergie déterminée par la quantité  $\hbar\omega = 41 A^{-1/3}$  [5] pour les noyaux au voisinage du  $^{68}\text{Ni}$  et par  $\hbar\omega = 45 A^{-1/3} - 25 A^{-2/3}$  [8,9] pour les noyaux au voisinage de  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$ . Les éléments de matrices à deux corps (**tbme**) sont calculés, en ajustant au mieux les paramètres des deux interactions de manière à satisfaire l'expérience. L'ensemble des résultats obtenus porte sur les noyaux ayant deux protons, deux neutrons et un proton – un neutron : ( $^{210}\text{Po}$ ,  $^{134}\text{Te}$ ,  $^{70}\text{Zn}$ ), ( $^{210}\text{Pb}$ ,  $^{134}\text{Sn}$ ,  $^{70}\text{Ni}$ ) et ( $^{210}\text{Bi}$ ,  $^{134}\text{Sb}$ ,  $^{70}\text{Cu}$ ) respectivement.

$^{210}\text{Po}$  [10,12],  $^{134}\text{Te}$  [6,10] et  $^{70}\text{Zn}$  [3, 10,11].

### 3-Résultats et Discussion

Dans cette partie, on présente l'étude des spectres d'énergie pour les noyaux ayant deux nucléons de valence ainsi que la détermination des points de ressemblance en spin et parité entre les états énergétiques des noyaux homologues dans les trois régions.

#### 3-1 Système proton-proton

Le noyau ayant deux protons de valence représente le noyau idéal pour tester les éléments de matrice de l'interaction résiduelle. Ce système est le plus simple car les nucléons de valence sont autour de la fermeture de couche magique traditionnelle. Les spectres en énergie des états des noyaux  $^{210}\text{Po}$ ,  $^{134}\text{Te}$  et  $^{70}\text{Zn}$  sont calculés en ajustant au mieux les paramètres des deux interactions Delta et MSDI. Les configurations des états représentés sur le tableau-1 sont obtenues en couplant deux protons dans les espaces *hf*, *gd* et *rg*. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure-2.

$^{210}\text{Po}$	$^{134}\text{Te}$	$^{70}\text{Zn}$
$(\pi 1h_{9/2})^2 \rightarrow (2^+_1, 4^+_1, 6^+_1, 8^+_1)$	$(\pi 1g_{7/2})^2 \rightarrow (0^+, 2^+_1, 4^+_1, 6^+_1)$	$(\pi 1f_{5/2})^2 \rightarrow (0^+, 2^+_1, 4^+_1)$
$(\pi 1h_{9/2}) \otimes (\pi 2f_{7/2}) \rightarrow (8^+_2, 6^+_2, 4^+_2)$	$(\pi 1g_{7/2}) \otimes (\pi 2d_{5/2}) \rightarrow (6^+_2, 4^+_2, 2^+_2)$	$(\pi) 1f_{5/2} \otimes (\pi 2p_{3/2}) \rightarrow (4^+_2, 2^+_2)$
$(\pi 2f_{7/2})^2 \rightarrow (4^+_3)$	$(\pi 2d_{5/2})^2 \rightarrow (2^+_3)$ <b>état théorique</b>	$(\pi 2p_{3/2})^2 \rightarrow (2^+_3)$

**Tableaux-1 :** Configurations des états expérimentaux et similaires des noyaux  $^{210}\text{Po}$  [10],  $^{134}\text{Te}$  [6,11] et  $^{70}\text{Zn}$  [3,10].

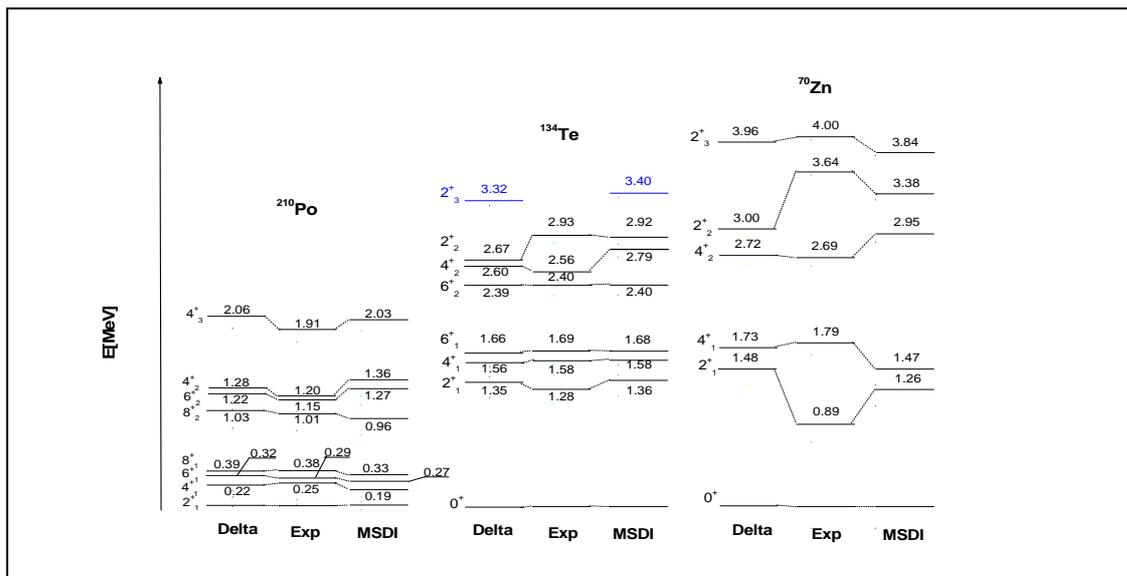
Les deux interactions reproduisent correctement le spectre du noyau  $^{210}\text{Po}$ . Les niveaux énergétiques du  $^{134}\text{Te}$  présentent un écart d'environ 200 keV avec l'expérience. Pour ce noyau les paramètres B et C n'ont de l'influence que sur les énergies des niveaux  $6^+_2$ ,  $4^+_2$  et  $2^+_2$ . Pour le noyau  $^{70}\text{Zn}$ , l'écart en énergie est important pour les niveaux  $2^+_1$  et  $2^+_2$ . La séquence des niveaux est bonne pour les spectres des trois noyaux.

#### 3-2 Système neutron-neutron

Ce système considère les noyaux ayant deux neutrons de valence  $^{210}\text{Pb}$ ,  $^{134}\text{Sn}$  et  $^{70}\text{Ni}$ . Le couplage des neutrons permet d'avoir les configurations des états énergétiques montrées sur le tableau-2.

$^{210}\text{Pb}$	$^{134}\text{Sn}$	$^{70}\text{Ni}$
$(\nu 1g_{9/2})^2 \rightarrow (0^+, 2^+_1, 4^+_1, 6^+_1, 8^+_1)$	$(\nu 2f_{7/2})^2 \rightarrow (0^+, 2^+_1, 4^+_1, 6^+_1)$ $(\nu 2f_{7/2}) \otimes (\nu 1h_{9/2}) \rightarrow (8^+_2)$	$(\nu 2g_{9/2})^2 \rightarrow (2^+_1, 4^+_1, 6^+_1, 8^+_1)$ $(\nu 2g_{9/2}) \otimes (\nu 1i_{13/2}) \rightarrow (10^+_1)$

**Tableaux-2 :** Configurations des états expérimentaux et similaires des noyaux  $^{210}\text{Pb}$  [10],  $^{134}\text{Sn}$  [6, 13,14] et  $^{70}\text{Ni}$  [13].



**Figure -2:** Spectres énergétiques expérimental et calculés des noyaux

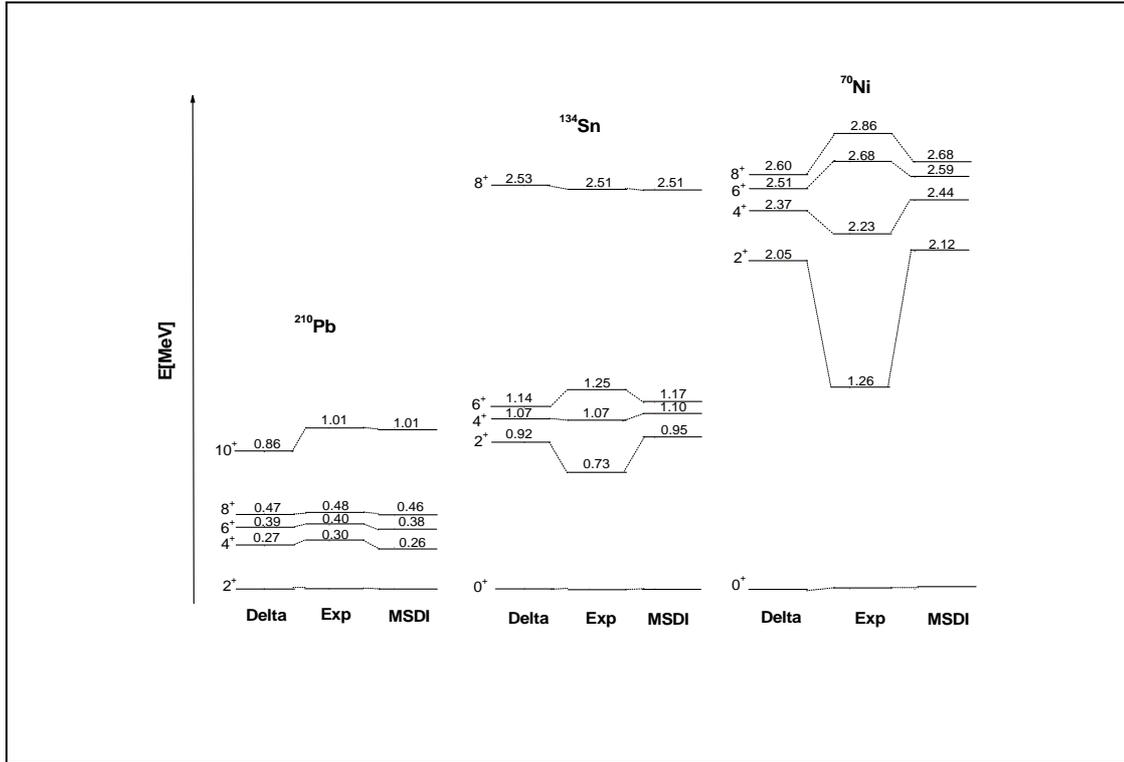


Figure -3: Spectres énergétiques expérimental et calculés des noyaux <sup>210</sup>Pb [10,11], <sup>134</sup>Sn [6,10] et <sup>70</sup>Ni [10,13].

Les énergies d'excitation, calculées avec les interactions Delta et MSDI représentées sur la figure-3, montrent un écart important avec l'expérience pour l'état 2<sup>+</sup> des noyaux <sup>70</sup>Ni et <sup>134</sup>Sn. La reproduction de ce niveau ne permet pas de reproduire les autres et vis versa. D'autre part, les deux interactions permettent de reproduire de toute manière satisfaisante les valeurs expérimentales de tous les autres états. En plus, tous les niveaux du <sup>210</sup>Pb sont reproduits au mieux par l'interaction MSDI. On note que pour ce noyau l'influence de B et C porte sur l'énergie de l'état 10<sup>+</sup> seulement.

Pour les deux systèmes (p-p et n-n), l'interaction MSDI montre que B et C n'ont de l'influence que sur les énergies des états provenant des configurations mélangées, c.-à-d. les nucléons situés sur des orbitales différentes. On peut alors conclure que l'introduction de la correction d'isospin au moyen du paramètre B permet de reproduire globalement les états de haute énergie pour les noyaux à deux nucléons identiques des régions étudiées.

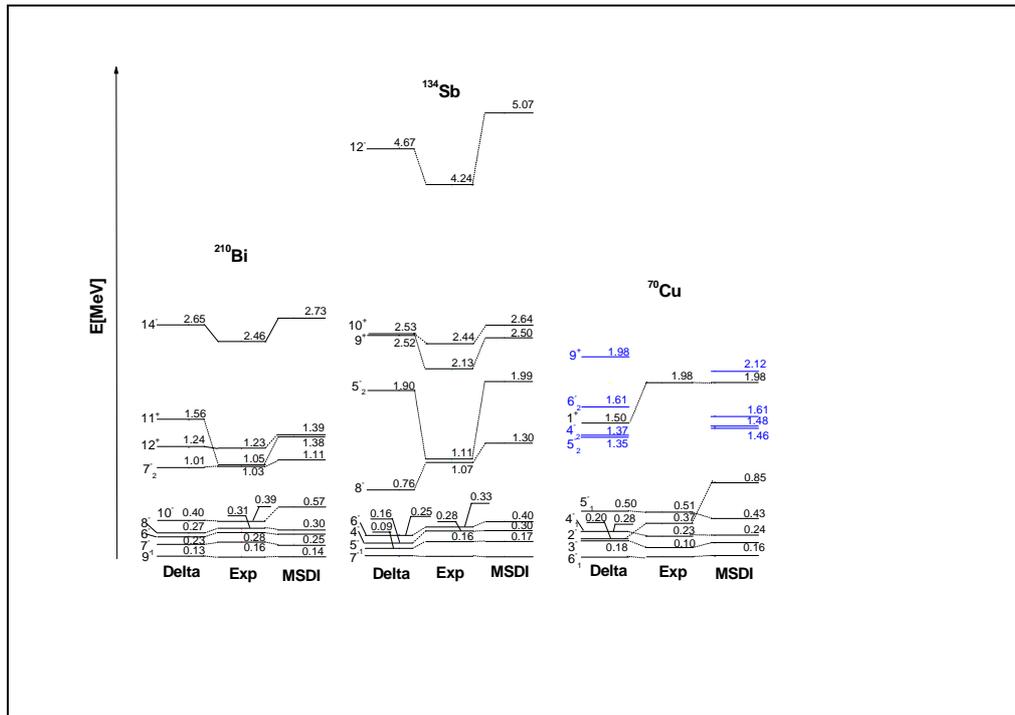
### 3-3 Système proton-neutron

Ce système est très important pour l'étude de l'interaction p-n, spécialement dans la région du nickel. Le remplissage de l'orbitale intruse 1g<sub>9/2</sub> a probablement un effet sur la structure des couches des noyaux voisins. Dans ce concept, on a calculé les spectres énergétiques des noyaux <sup>210</sup>Bi, <sup>134</sup>Sb et <sup>70</sup>Cu. Les configurations des

états considérés sont obtenues à l'aide du modèle en couches et prises dans la littérature sur d'autres auteurs. Elles sont présentées sur le tableau-3.

<sup>210</sup> Bi	<sup>134</sup> Sb	<sup>70</sup> Cu
( $\pi 1h_{9/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 2g_{9/2}$ )	( $\pi 1g_{7/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 2f_{7/2}$ )	( $\square 2p_{3/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1g_{9/2}$ )
$\rightarrow (7^-, 6^-, 8^-)$	$\rightarrow (5^-, 4^-, 6^-)$	$\rightarrow (6^-, 3^-, 4^-, 5^-, 1^-)$
( $\pi 1h_{9/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1i_{11/2}$ )	( $\pi 1g_{7/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1h_{9/2}$ )	( $\pi 1f_{5/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1g_{9/2}$ )
$\rightarrow (10^-, 7_2^-)$	$\rightarrow (8^-, 5_2^-)$	$\rightarrow (2^-, 5_2^-, 4^-, 6_2^-)$
( $\pi 1i_{13/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 2g_{9/2}$ )	( $\pi 1h_{11/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 2f_{7/2}$ )	( $\pi 1g_{9/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1g_{9/2}$ )
$\rightarrow (11^+)$	$\rightarrow (9^+)$	$\rightarrow (1^+, 9^+)$
( $\pi 1h_{9/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1j_{15/2}$ )	$\rightarrow (10^+)$	( $5^-, 4^-, 2^-, 6^-, 9^+$ )
$\rightarrow (12^+)$	( $\pi 1h_{11/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1i_{13/2}$ )	<b>états théoriques</b>
( $\pi 1i_{13/2}$ ) $\otimes$ ( $\nu 1j_{15/2}$ )	$\rightarrow (12^-)$	
$\rightarrow (14^+)$		

Tableau-3 : Configurations des états expérimentaux et similaires des noyaux <sup>210</sup>Bi [10,15-17], <sup>134</sup>Sb [6,15] et <sup>70</sup>Cu [3].



**Figure -4:** Spectres énergétiques expérimentaux et calculés des noyaux  $^{210}\text{Bi}$  [10, 11,15],  $^{134}\text{Sb}$  [6, 15,18] et  $^{70}\text{Cu}$  [3,10]

Le spectre calculé par l'interaction MSDI pour le noyau  $^{70}\text{Cu}$  montre un accord satisfaisant avec l'expérience pour les états connus expérimentalement ( $6_1^-$ ,  $3^-$ ,  $4_1^-$ ,  $5_1^-$  et  $1^+$ ). Certaines valeurs des paramètres des deux interactions, reproduisent l'inversion d'ordre entre ( $6_1^-$ ,  $3^-$ ). Ceci n'est pas essentiel car Delta et MSDI sont des interactions purement schématiques.

D'autre part, les spectres et la séquence des états des noyaux  $^{134}\text{Sb}$  et  $^{210}\text{Bi}$  sont suffisamment reproduits par les deux interactions à l'exception du niveau  $11^+$  pour le dernier noyau, qui a une inversion avec l'état  $12^+$ .

### 3-Similarité

Dans cette partie, on détermine les similarités entre les homologues des trois régions. La comparaison entre les spectres expérimentaux et calculés par les deux interactions (Figures 2, 3 et 4), et au moyen des configurations prises de la littérature, permet de déterminer les résultats présentés sur le tableau-4:

Système	p-p	n-n	p-n
Similarités	$J_{Zn} = J_{Te} = J_{Po} - 2$ $\pi_{Zn} = \pi_{Te} = \pi_{Po}$	$J_{Ni} = J_{Sn} = J_{Pb} - 2$ $\pi_{Ni} = \pi_{Sn} = \pi_{Pb}$	$J_{Cu} = J_{Sb} = J_{Bi} - 2$ $\pi_{Cu} = \pi_{Sb} = \pi_{Bi}$
Homologies	$n_{Zn} = n_{Te} = n_{Po}$ $l_{Zn} + 1 = l_{Te} = l_{Po} - 1$ $j_{Zn} + 1 = j_{Te} = j_{Po} - 1$	$n_{Ni} + 1 = n_{Sn} = n_{Pb}$ $l_{Ni} - 1 = l_{Sn} = l_{Pb} - 1$ $j_{Ni} - 1 = j_{Sn} = j_{Pb} - 1$	$n_{Cu} = n_{Sb} = n_{Bi}$ $l_{Sb} = l_{Bi} - 1$ $j_{Sb} = j_{Bi} - 1$

**Tableau- 4 :** Similarités et homologies obtenues pour les trois régions.

Pour les systèmes des nucléons identiques, la similarité est complète mais pour les systèmes non identiques, les homologies sont partielles et avec des états théoriques.

## CONCLUSION

Les énergies d'excitation des noyaux à deux nucléons de valence autour des cœurs  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{68}\text{Ni}$  sont calculées par les interactions Delta et MSDI. Les prédictions du modèle en couches des noyaux ayant deux protons, deux neutrons ou un proton-un neutron, donnent des informations sur les interactions N-N, en particulier les interactions entre les couches  $pf$  et la couche  $1g_{9/2}$ . La reproduction du premier état  $2^+$  dans les noyaux  $^{70}\text{Ni}$  et  $^{70}\text{Zn}$ , ne permet pas la réalisation des autres et vis versa. Ceci peut être résolu en introduisant l'effet d'appariement. D'autre part, le calcul avec l'interaction MSDI montre un bon accord pour la séquence des niveaux et leurs énergies d'excitation. Pour l'interaction Delta, les paramètres  $\alpha$  et  $g$  ont une grande influence sur les valeurs des  $t_{\text{bme}}$ , au contraire du paramètre  $V_{\text{eff}}$  qui est un paramètre de phase.

L'ensemble des paramètres choisis des deux interactions pour les noyaux ayant deux nucléons identiques conforte bien l'expérience. Les spectres en énergie de ces noyaux montrent que la majorité des états à deux particules dans la région de  $^{68}\text{Ni}$  ont leurs homologues de mêmes spin et parité dans la région de  $^{132}\text{Sn}$  et même parité et deux unités de spin en moins dans la région du  $^{208}\text{Pb}$ . De plus, l'espacement en énergie et l'ordre des états homologues sont globalement similaires dans les trois régions.

$$\begin{cases} J_{\text{Ni}} = J_{\text{Sn}} = J_{\text{Pb}} - 2 \\ \pi_{\text{Ni}} = \pi_{\text{Sn}} = \pi_{\text{Pb}} \end{cases}$$

Notons que l'homologie en  $n$ ,  $l$ , et  $j$  est partielle, ceci est due au fait que les noyaux  $^{132}\text{Sn}$  et  $^{208}\text{Pb}$  possèdent des doubles fermetures de couches et sont favorables à cette similarité, au contraire de celle du noyau semi fermé  $^{68}\text{Ni}$ . L'espace de valence est dans ce cas réduit à l'orbitale  $1g_{9/2}$  pour les neutrons, et ne donne pas la possibilité d'avoir plusieurs configurations de couplages neutrons au contraire des espaces larges de l'étain et du plomb.

## RÉFÉRENCES

- [1] R. Broda et al., Phys. Rev. Lett. 74, 6, 868-871 (1995)
- [2] J. Blomqvist, Proc. of the 4th Int. Conf. On Nuclei far From Stability", Helsingor Denmark, report N°81-09, (CERN, Geneva), pp. 536-541 (1981).
- [3] J. Van. Roosbroeck et al., Phys. Rev. C69, 034313 (2004)
- [4] K. L. G. Heyde, "The Nuclear shell model" Springer Berlin (1990)
- [5] P. J. Brussard and P. W. M. Glaudemans, "Shell Model Applications in nuclear spectroscopy", Ed. NHPC (1977)
- [6] S. Sarkar and M. S. Saha, Eur. Phys. J. A21, 61-66 (2004).
- [7] A. Covello et al., Phys. Atom. Nucl. 67, 1611-1618 (2004).
- [8] S. Sarkar and M. S. Sarkar, Phys. Rev. C64, 014312 (2001).
- [9] L. Coraggio et al, Phys. Rev. C60, 064306 (1999).
- [10] ENSDF, "National Nuclear Data Center", <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>
- \*[11] R. Firestone and V. S. Shirley, "Table of isotopes" Eighth edition Vol. I- II (1996).
- \*[12] A. De-shalit and H. Feshbach, "Theoretical Nuclear Physics Vol.1", Ed. Wiley (1990).
- [13] J. A. Pinston and J. Genevey, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 30, R57-R82 (2004)
- [14] L. Coraggio et al., Phys. Rev. C65, 051306 (2002).
- [15] B. Fornal and R. Broda, Phys, Rev C63, 024322 (2001)
- \*[16] P. Alexa et al, Phys. Rev. C55, 179-187 (1997)
- [17] E. K. Warburton and B. A. Brown, Phys. Rev. C43, 602 (1991)
- [18] A. M. Oros-Peusquens and P.F. Mantica, Nucl. Phys. A669, 81-100 (2000)