

## ESTIMATION DE L'ONDELETTE ET DE LA TRACE IMPULSIONNELLE PAR FILTRAGE HOMOMORPHIQUE

Reçu le 22/06/2002 – Accepté le 15/06/2004

### Résumé

La modélisation de la trace sismique par  $Y(t) = O(t) * R(t)$  nous permet de mettre en place un processus de filtrage inverse, appelé la déconvolution, pour extraire la série des coefficients de réflexion  $R(t)$  représentant les interfaces séparant les différentes couches géologiques du milieu.

L'une des hypothèses fondamentales de la déconvolution classique est de considérer l'ondelette émise  $O(t)$  comme étant à phase minimale. Cette hypothèse est vérifiée en sismique dans le cas d'une source impulsionnelle, mais ne l'est pas en source vibrosismique, car l'ondelette utilisée (appelée sweep) est dans ce cas un signal à phase mixte.

La recherche des formes établie par les systèmes d'homomorphisme est utile pour la séparation des signaux combinés par l'opération de convolution.

Cette étude concerne l'application de cette déconvolution pour l'estimation de l'ondelette sismique. L'avantage de cette technique est qu'elle n'exige pas le critère de la phase minimale pour l'obtention de l'ondelette et celui d'une distribution aléatoire des coefficients de réflexion.

**Mots clés:** Ondelette, Impulsion, Convolution, Homomorphisme, Cepstre, Quéfrenc, Filtrage inverse, Phase minimale.

### Abstract

Seismic trace modelling by  $Y(t) = O(t) * R(t)$  allows us to set up a process of inverse filtering, called the deconvolution, in order to extract the reflection coefficients series  $R(t)$  representing interfaces separating the various geologic formations.

One of the fundamental hypothesis of the classic deconvolution is to consider the emitted wavelet  $O(t)$  as being of minimum phase. This hypothesis is verified in seismic which uses an impulse source, but is not verified in vibroseismic, because the used wavelet (called sweep) is in that case a signal with mixed phase.

Search of forms established by the systems of homomorphism is useful for the separation of combined signals by the convolution operation.

Our study concerns the application of this deconvolution to estimate the seismic wavelet and the reflectivity series. The advantage of this technique is that, it does not require the criterion of the minimum phase for obtaining wavelet and of a random distribution of the reflection coefficients.

**Keywords:** Impulse, Convolution, Homomorphism, Cepstre, Quefrequency, Inverse filtering, Minimum phase.

M. DJEDDI<sup>1</sup>  
A. KASSOURI<sup>1</sup>  
M. DJEDDI<sup>2</sup>  
M. BENIDIR<sup>2</sup>  
M.-A. AITOUICHE<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Physique de la Terre  
Faculté des Hydrocarbures et de la  
Chimie  
Université de Boumerdes (Algérie)

<sup>2</sup> Laboratoire des Signaux et Systèmes  
SUPELEC-Gif-sur-Yvette (France)

### ملخص

أن نمونجية الأثر السيزمي بواسطة العلاقة  $y(t)=O(t)*R(t)$  تسمح لنا باستخلاص منهج للترشيح العكسي، والذي يسمى فك الاحتواء، وذلك من أجل إيجاد سلسلة معاملات الانعكاس  $R(t)$ ، والتي تمثل الحافات العازلة لمختلف الطبقات الجيولوجية للوسط. إن من إحدى الفرضيات الأساسية لفك الاحتواء الكلاسيكي هي اعتبار الموجة المرسله  $O(t)$  كما لو كانت ذات صفحة دنية. هذه الفرضية محققة في السيسميك في حالة ما يكون المنبع نبضي، ولكنها غير ذلك في حالة الفيبروسيزمي، لأن الموجة المستخدمة في هذه الحالة هي إشارة ذات صفحة ممزوجة (مختلطة).

البحث عن الشكل المتصل عليه بواسطة أنظمة المورفيزم يصبح ذا أهمية من أجل فصل الإشارات المتداخلة بواسطة عمل الاحتواء. هذه الدراسة تخص تطبيق فك الاحتواء من أجل تقدير الموجة السيزمية، إيجابية هذه طريقة تكمن في أنها لا تتطلب معيار الصفحة الدنية من أجل الحصول على الموجة واقترافية التوزيع العشوائي لمعاملات الانعكاس.

**الكلمات المفتاحية:** الموجة، النبض، الاحتواء، المورفيزم.

En sismique réflexion, une ondelette source (signature) est émise dans le sous-sol afin de détecter les réflexions se produisant sur les interfaces des couches géologiques. Les traces sismiques enregistrées représentent en première approximation, le filtrage linéaire de la signature émise par la réponse impulsionnelle du sous-sol.

La trace enregistrée comporte également des bruits aléatoires (vents, bruits ambiants) et organisés (multiples, diffractions, ground-roll ...). La bande de fréquence émise est à bande passante limitée.

Un des problèmes majeurs en exploration sismique est l'identification de l'ondelette. Une information sur la forme de cette ondelette permet la détermination des propriétés d'absorption et de dispersion des milieux traversés par le signal émis.

Le procédé de déconvolution est réalisé, en appliquant un filtre linéaire afin d'annuler l'effet convolutif non désiré (effet du filtrage) de l'ondelette émise et de la trace en vue de la restitution au plus près de la réflectivité pour pouvoir ensuite estimer les impédances acoustiques et enfin préciser la série géologique. La solution du problème dépend des hypothèses faites sur l'ondelette et la trace impulsionnelle.

Dans cette étude, on verra une méthode d'estimation de l'ondelette sismique et de la trace impulsionnelle à partir des enregistrements sismiques, en utilisant la technique du filtrage homomorphique.

En premier lieu, on estime le spectre d'amplitude de l'ondelette par le filtrage cepstral passe-bas, ensuite le spectre d'amplitude de l'ondelette peut être enlevé par une division spectrale [2]. On verra aussi une

technique d'estimation d'ondelette "Log Spectral Averaging", qui consiste à calculer la moyenne du logarithme complexe du spectre d'amplitude (moyenne de cepstre) des traces sismiques [4]. Cette approche permet de renforcer le spectre d'amplitude du signal stationnaire (ondelette) et d'atténuer celui du signal aléatoire (la trace impulsionnelle).

## MODELISATION

### Modèle simplifié de la trace sismique

On appelle trace sismique la réponse des terrains excités par une ondelette source.

L'énergie d'une source sismique, caractérisée par une signature  $O(t)$  dite ondelette, est émise dans le sous-sol. Cette onde va se propager pour se réfléchir à chaque interface et donner ainsi, une superposition de réflexions.

La trace sismique  $Y(t)$  non bruitée s'écrit alors :

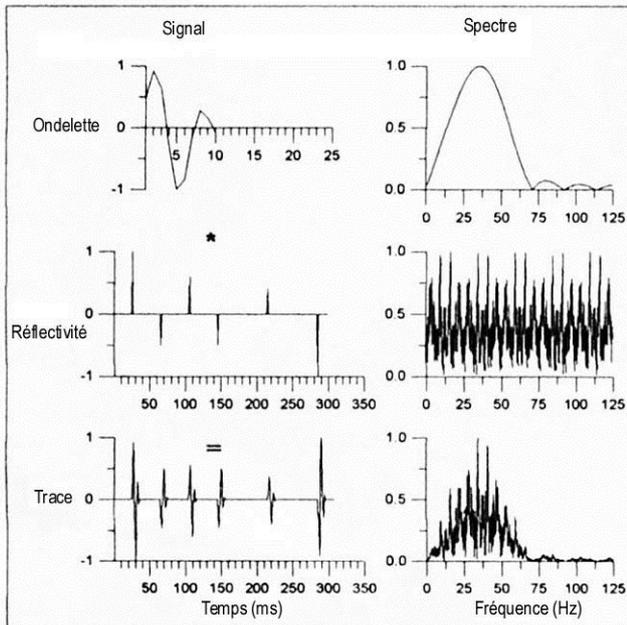
$$Y(t) = O(t) * R(t) \quad (1)$$

\* : opération de convolution temporelle

La trace sismique est donc obtenue par filtrage linéaire (convolution) de l'ondelette par le terrain représenté par la fonction de réflectivité  $R(t)$  (Fig. 1a). A ceci peut s'ajouter du bruit  $B(t)$  pour donner une trace bruitée  $X(t)$  :

$$X(t) = Y(t) + B(t) \quad (2)$$

$$X(t) = O(t) * R(t) + B(t) \quad (3)$$



**Figure 1a:** Modèle de la trace sismique "Ondelette minimum phase".

Ceci est un modèle simplifié, car en réalité, la trace sismique est beaucoup plus complexe que cela, car on a négligé les phénomènes tels que absorption, divergence sphérique, couplage, directivité, etc.

La fonction de réflectivité contient les différentes sortes de réflexions. L'ondelette, quant à elle, dépend de la source utilisée: impulsionnelle (source explosive), ou symétrique (en vibrosismique) ou étalée dans le temps (chute de poids).

Elle est en outre génératrice d'effets parasites qui n'existent pas en dehors du processus de propagation de l'onde : réfractions, diffractions, absorption, divergence sphérique. A cela, il se superpose des bruits non liés à la source : bruits industriels, microséismes, vents... Enfin, pour la mise en forme du signal ou dans le but d'améliorer le rapport signal sur bruit, des filtres sont appliqués.

### Modèle de la trace en vibrosismique

La trace en vibrosismique  $Y(t)$  non corrélée et non bruitée peut être considérée comme la convolution du signal émis appelé sweep  $S(t)$  avec la réponse impulsionnelle  $R(t)$  de sous-sol.

$$Y(t) = S(t) * R(t) \quad (3)$$

Le sweep  $S(t)$  à fréquence modulée linéairement, est donné par :

$$S(t) = A \cdot \sin[2\pi(f_0 \cdot t + \alpha t^2/2)] \quad (4-a)$$

$$\alpha = \Delta F/T \quad \text{avec } T : \text{durée du sweep}$$

$$\Delta F = (f_f - f_0)$$

$$f_f : \text{fréquence finale du sweep}$$

$$f_0 : \text{fréquence début du sweep}$$

$$A : \text{amplitude du sweep}$$

$$t : \text{temps}$$

La fréquence instantanée est donnée par :

$$F(t) = 1/(2 \cdot \pi) d\theta/dt = f_0 + \alpha t \quad (4-b)$$

$$\theta \text{ est la phase de sweep.}$$

La fréquence du sweep émis varie entre  $f_0$  et  $(f_0 + K \cdot T)$ .

De la cross-corrélation de  $Y(t)$ , avec le sweep utilisé, résulte un modèle  $X(t)$  idéal de la trace "vibroseis".

$$X(t) = S(t) * R(t) * S(-t) \quad (5-a)$$

d'où :

$$X(t) = K(t) * R(t) \quad (5-b)$$

$K(t) = S(t) * S(-t)$  représente l'autocorrélation du sweep.

$K(t)$  est appelée l'ondelette de Klauder.

L'exemple présenté sur la figure 1b illustre les propriétés de la trace modèle. Il présente l'ondelette de Klauder, la fonction de la réflectivité, la trace vibroseis  $Y(t)$  et la trace cross-corrélée.

Le spectre de puissance du sweep émis est le spectre d'amplitude de l'ondelette de Klauder. Par conséquent, la déconvolution de cette trace "vibroseis" idéale à l'intérieur de la bande fréquentielle du sweep est insignifiante, puisqu'une ondelette avec un spectre plat produira une trace de spectre d'amplitude similaire à celui de la réponse impulsionnelle à bande passante limitée.

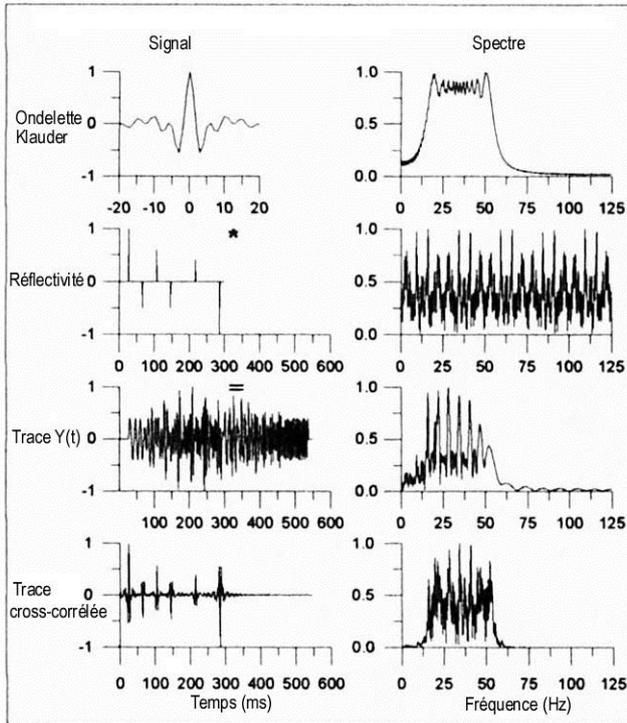
Puisque chaque signal sismique transmis dans le sous-sol est dispersé et atténué, alors le modèle  $Y(t)$  devrait considérer le filtrage du signal émis par une fonction  $E(t)$  qui décrit les propriétés de l'atténuation et de la dispersion de sous-sol.  $E(t)$  représente les effets du filtrage, autres que la série des réflecteurs (série de réflectivité), du signal émis  $S(t)$  et tend à diminuer le contenu en hautes fréquences de  $Y(t)$ . Donc, dans le modèle proposé, le signal réfléchi sera représenté par la convolution de  $S(t)$  avec  $E(t)$  [5], d'où le nouveau modèle de la trace est donné par :

$$Y(t) = S(t) * E(t) * R(t) \quad (6)$$

Alors la trace "vibroseis" cross-corrélée  $X(t)$  est :

$$X(t) = K(t) * E(t) * R(t) \quad (7)$$

$E(t)$  : est supposée ondelette minimum phase.



**Figure 1b:** Modèle de la trace sismique "Ondelette zéro phase".  
 $f_0 = 14\text{Hz} - f_r = 56\text{Hz}, T = 1\text{sec}, A = 1$ .

### PROCEDE DE DECONVOLUTION

La déconvolution a pour objet l'amélioration de la résolution temporelle par la contraction de l'ondelette effective de la source, contenue dans la trace sismique, en une impulsion courte. La déconvolution prédictive a pour but d'atténuer les réverbérations, les réflexions multiples et raccourcir l'ondelette.

Les étapes de déconvolution sont les suivantes :

- 1) Estimation de l'ondelette sismique,
- 2) Calcul de l'opérateur de déconvolution,
- 3) Application de l'opérateur de déconvolution à la trace sismique.

Soit:

$T(t)$  : la trace sismique,  
 $F(t)$  : le filtre de déconvolution.

Le filtre  $F(t)$  est déterminé en supposant que les bruits ne sont pas corrélables.

En appliquant le filtre de déconvolution sur la trace, on aura :

$$T(t) * F(t) = R(t) \quad (8.1)$$

Mais en réalité on aura :

$$T(t) * F(t) = R(t) + \varepsilon(t) \quad (8.2)$$

où  $\varepsilon(t)$  est l'erreur de la méthode de déconvolution.

Alors, on aura :

$$R(t) = [T(t) * F(t)] - \varepsilon(t) \quad (9)$$

D'après les modèles proposés de la trace sismique, les hypothèses adoptées sont les suivantes :

- Le signal sismique est stationnaire.
- La série des coefficients de réflexion est aléatoire, de spectre plat.
- Le bruit est supposé aléatoire et non corrélable d'une trace à l'autre.

- De plus, il n'y a pas de corrélation entre bruit et trace impulsionnelle.

- Le bruit organisé est filtré largement.

### DECONVOLUTION EN VIBROSISMIQUE

Puisque la réponse impulsionnelle  $R(t)$  constitue l'objectif géologique, alors selon le modèle supposé de la trace "vibroiseis", la séquence  $K(t) * E(t)$  est l'ondelette que nous voulons enlever. Les méthodes de déconvolution, en général, appliquées en traitement supposent que l'ondelette émise est à phase minimale.

La trace "vibroiseis" réelle est décrite par l'équation suivante:

$$Y(t) = S(t) * R(t) * E(t) + N(t) \quad (10)$$

$S(t)$  : signal émis (sweep)

$R(t)$  : série des coefficients de réflexion

$E(t)$  : effets du filtrage de sous-sol sur le sweep émis

$N(t)$  : bruit additif

Si on néglige le bruit, la nouvelle équation de la trace vibroiseis devient :

$$Y(t) = S(t) * R(t) * E(t) \quad (11)$$

Soit  $X(t)$  la trace vibroiseis cross-corrélée avec le sweep.

Donc:

$$X(t) = S(t) * R(t) * E(t) * S(-t) \quad (12)$$

$$X(t) = K(t) * R(t) * E(t) \quad (13)$$

On remarque que l'ondelette dans ce cas est égale à la convolution de l'ondelette de Klauder avec le filtre terrain  $[K(t) * E(t)]$  et nous constatons donc que ni l'hypothèse de phase nulle ni celle de phase minimale n'est vérifiée. De ceci, résulte la difficulté de déconvolution.

La trace réelle en vibrosismique n'est pas seulement une convolution d'une ondelette Klauder à phase zéro avec la série des coefficients de réflexion, puisque le sweep émis, en traversant le sous-sol, subit les phénomènes de dispersion et d'atténuation des ondes sismiques avant d'être enregistré. Le sweep ainsi enregistré est donc le résultat de la réponse d'une succession de plusieurs filtres placés en cascade avec le sweep de référence.

Les variations de l'amplitude, de la phase, et la génération des ondes de surface entraînent, en effet, que le signal émis par le vibreur n'est pas le sweep pilote idéal. Par conséquent, la fonction de cross-corrélation du sweep réfléchi et enregistré avec le sweep pilote n'est pas une impulsion d'autocorrélation mais une impulsion de cross-corrélation avec les propriétés de phase mixte.

Les fréquences du sweep sont atténuées différemment. Les hautes fréquences sont plus fortement atténuées que les basses fréquences; ce qui implique que les impulsions de corrélation sont à bande étroite. Elles présentent un lobe principal et des lobes secondaires. Par conséquent, l'interprétation des données corrélées deviendra difficile en raison de la superposition des signaux.

Théoriquement, le spectre de fréquence de la réponse impulsionnelle est continu jusqu'à la fréquence de Nyquist, mais réellement seulement une certaine bande de fréquence existe, étant donné que la bande de fréquence de la source est limitée et qu'elle est impliquée par les effets de dispersion et d'atténuation des terrains. D'où ces effets donnent naissance à des lobes secondaires dans l'ondelette

vibroseis, par conséquent, une limitation de la résolution temporelle.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème. Gurbuz (1972) a appliqué le « tapering » pour réduire les lobes secondaires de l'ondelette vibroseis.

En appliquant la déconvolution conventionnelle sur les données vibrosismiques, les résultats ne sont pas toujours comparables à ceux obtenus dans le cas de la dynamite ou de l'explosif. La raison principale est que les impulsions dans les traces corrélées ne sont ni minimum phase ni zéro phase, ceci est dû aux problèmes de linéarité et de non - linéarité des éléments dans le système de vibrateur (différents circuits) et aussi à l'effet du sous-sol sur le signal « sweep » émis au cours de sa propagation.

La méthode de déconvolution proposée par [2] donne non seulement le spectre de la trace à l'intérieur de la bande passante du signal émis, mais fait, aussi, une supposition optimale sur le spectre à l'extérieur de cette bande de fréquence.

### DECONVOLUTION HOMOMORPHIQUE

Considérons la transformation définie par :

$$Y = T[x] \tag{14}$$

Si  $T$  est un système linéaire, alors il satisfait la relation de superposition définie par :

$$T[ax_1 + bx_2] = aT[x_1] + bT[x_2] \tag{15}$$

a et b sont des constantes.

L'équation (15) montre pourquoi les systèmes linéaires sont particulièrement adaptés à la séparation des signaux qui sont additivement combinés.

Si on généralise la notion exprimée par l'équation (15) à un signal résultant de la convolution des composantes  $x = x_1 + x_2$ , on obtiendra pour un système dont la transformation est  $H$ , l'équation suivante :

$$H[(a)x_1 * (b)x_2] = (a)H[x_1] * (b)H[x_2] \tag{16}$$

a et b sont des scalaires de multiplication définissant une loi de combinaison des signaux d'entrée avec des scalaires dans le domaine de convolution.

Ce système  $H$  est dit système homomorphique défini par l'équation (16). Les systèmes de cette classe ont la représentation canonique donnée par la figure 2.

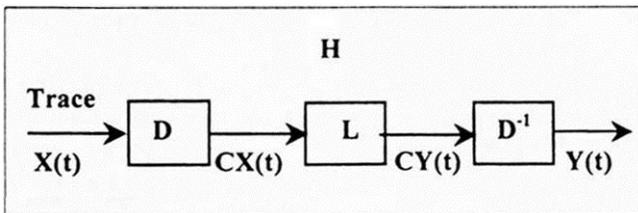


Figure 2: Représentation canonique de la déconvolution homomorphique.

La déconvolution homomorphique satisfait au principe de superposition généralisée. L'avantage de cette approche est qu'elle n'exige pas une ondelette à phase minimale et une distribution aléatoire d'une série d'impulsions (fonction de réflexivité). Une des applications du filtrage homomorphique est la séparation des signaux combinés par l'opération de convolution.

Un système homomorphique se décompose en :

a)- Un sous-système caractéristique d'entrée  $D$ , défini par la relation suivante :

$$D[(a)x_1 * (b)x_2] = aD[x_1] + bD[x_2]. \tag{17}$$

Ce système, pour transformer l'espace convolutionnel en un espace additif, effectue les trois opérations suivantes :

- Calcul de la transformée de Fourier directe de  $x(t) : X(f)$ .
- Calcul du logarithme complexe de  $X(f) : \text{Log}(X(f))$ .
- Calcul de la transformée de Fourier inverse :  $CX(t)$ .

La sortie du système caractéristique d'entrée  $D$  (Fig. 3) est appelée cepstre complexe ( $CX(t)$ ) et est située dans le plan défini par l'amplitude du cepstre et de la quérence.

b)- Un filtrage linéaire  $L$  permet la séparation des deux fonctions (ondelette et réflexivité).

c)- Un sous-système caractéristique  $D^{-1}$  (Fig. 4) l'inverse de  $D$ , faisant la transformation d'un espace additif en un espace convolutif. Il effectue les opérations suivantes :

- Calcul de la transformée de Fourier directe de  $CY(t) : \text{Log}[Y(f)]$ .
- Calcul de l'exponentielle de  $\text{Log}[Y(f)]$ .
- Calcul de la transformée de Fourier inverse :  $Y(t)$ .

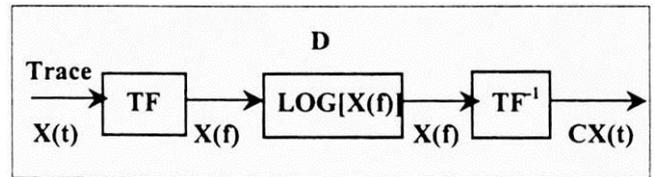


Figure 3: Représentation canonique du système caractéristique  $D$ .

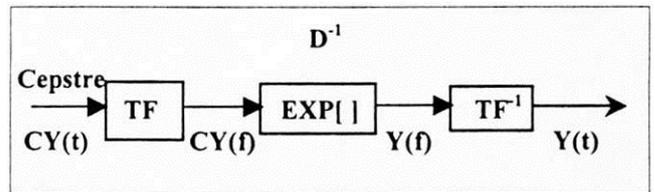


Figure 4: Représentation canonique du système  $D^{-1}$ .

#### Cepstre complexe de la trace

En utilisant le modèle de la trace sismique suivant :

$$X(t) = O(t) * E(t) * R(t)$$

$$\text{Posons } V(t) = O(t) * E(t)$$

$$X(t) = V(t) * R(t) \tag{17}$$

Le cepstre complexe de la trace est défini par :

$$CX(q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log[X(\omega)] e^{i\omega t} d\omega \tag{18}$$

$Cx(q)$  représente le cepstre complexe de la trace en fonction de la quérence  $q$ .

On peut écrire :

$$\text{Log}[X(\omega)] = \text{Log}[V(\omega)] + \text{Log}[R(\omega)] \tag{19}$$

$V(\omega)$  et  $R(\omega)$  représentent respectivement la transformée de Fourier de  $v(t)$  et  $R(t)$ .

Le cepstre complexe  $CX(t)$  de la trace peut être écrit comme :

$$CX(t) = CV(t) + CR(t) \tag{20}$$

où :  $CV(t)$  est le cepstre de l'ondelette sismique.

$CR(t)$  est le cepstre de la réponse impulsionnelle.

**Filtrage linéaire du cepstre complexe**

L'analyse cepstrale sélectionne seulement certaines fréquences de  $\text{Log}(X(\omega))$ . Pour éviter la confusion avec la définition usuelle du terme fréquence, le terme "quéfreance" est utilisé pour le cas du cepstre.

Le cepstre complexe contient une contribution additive de l'ondelette et celle de la réponse impulsionnelle du terrain. Dans ce cas, ces contributions peuvent être facilement séparées par le moyen des filtres passe-bas et passe-haut.

Soit :

$$R(n) = \delta(n) + a \delta(n-n_0) \tag{21}$$

$$X(n) = V(n) + a V(n-n_0) \tag{22}$$

$a$  : constante réelle

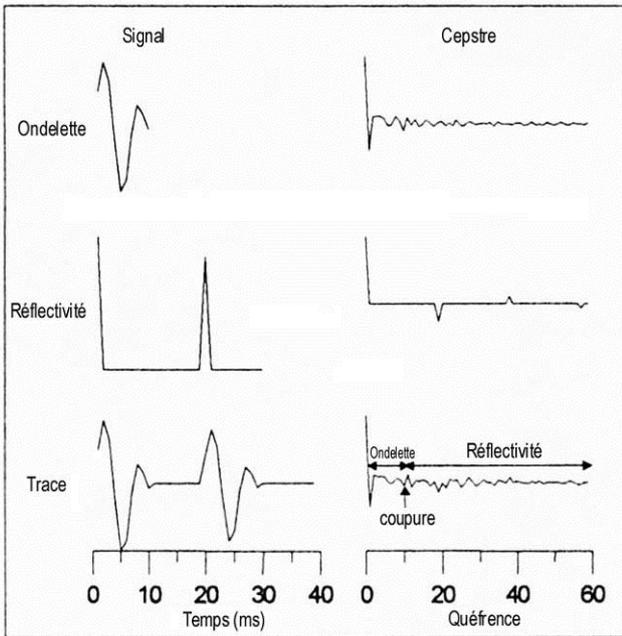
$n_0$  : décalage de  $n_0$  échantillons

$$X(n) = V(n) * [\delta(n) + a \delta(n-n_0)] \tag{23}$$

$$X(\omega) = V(\omega) [1 + a \exp(-j\omega n_0 \Delta t)] \tag{24}$$

$$\text{Log}[X(\omega)] = \text{Log}[V(\omega)] + \text{Log}[1 + a \exp(-j\omega n_0 \Delta t)] \tag{25}$$

L'ondelette  $v(n)$  étant concentrée, en temps, au voisinage de l'origine, son cepstre d'énergie  $V(q)$  l'est aussi, ce qui n'est, en général, pas le cas du cepstre d'énergie  $R(q)$  de la fonction de réflectivité, telle que la contribution de  $[\delta(n) + a \delta(n-n_0)]$  apparaît pour des grandes valeurs de  $n$  (Fig. 5).



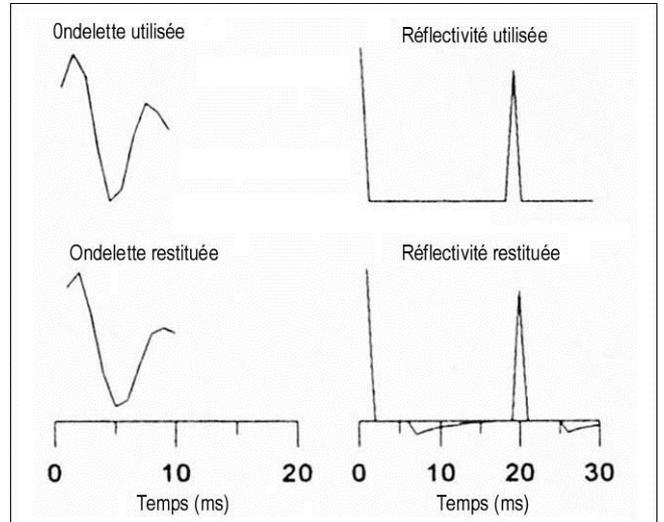
**Figure 5:** Cepstre et principe de séparation.

On remarque sur la figure que le cepstre de la réflectivité correspond à un train d'impulsions de durée infinie et de période égale à l'écart entre les deux pics. L'ondelette par contre, est de durée finie et de nature plus basse quéfreance que la fonction de réflectivité. Elle a un cepstre plus concentré au voisinage de l'origine, à l'image de la fonction d'autocorrélation.

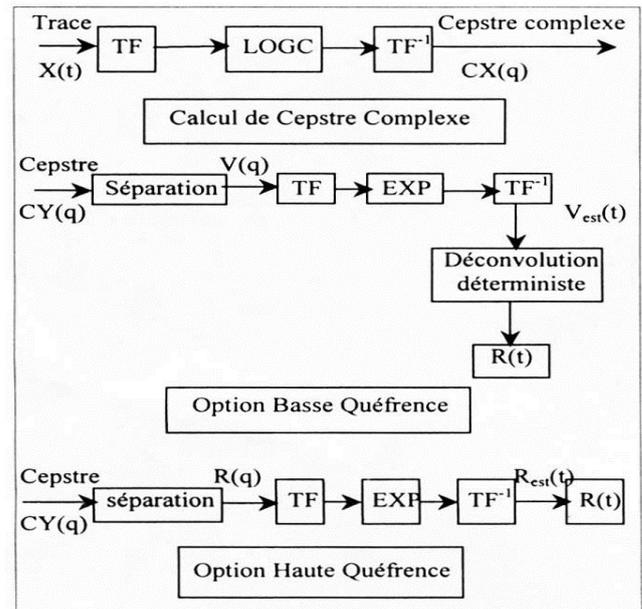
Une condition suffisante pour qu'il n'y ait pas de repliement dans le cepstre  $X(q)$  d'une série temporelle  $X(t)$  est que celle-ci soit à phase minimale. Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, l'application d'une pondération exponentielle à la séquence  $X(t)$  peut aider à résoudre ce problème.

En fonction de décalage ( $n_0$ ), l'écho (ondelette réfléchi) peut être facilement restitué par le biais du filtrage linéaire.

Lorsque les deux termes  $V(q)$  et  $R(q)$  sont séparables, de simples coupures suffisent pour les isoler et obtenir  $V(t)$  et  $R(t)$  par isomorphisme inverse (Fig.6).



**Figure 6:** Résultat obtenu après séparation.



**Figure 7:** Algorithme de Cepstre Complexe et Déconvolution avec les deux options.

En général, deux coupures, l'une positive:  $C_1$ , l'autre négative:  $C_2$ , sont nécessaires.

La partie du cepstre entre  $C_1$  et  $C_2$  correspond à celle de l'ondelette et donne par isomorphisme inverse une estimée de l'ondelette: c'est l'option basse quéfreance (BQ). La partie extérieure correspond à celle de la fonction de réflectivité et donne par isomorphisme inverse une estimée de la série des coefficients de réflexion: c'est l'option haute quéfreance (HQ).

La méthode ne suppose, *a priori*, aucune hypothèse explicite sur l'ondelette ou la fonction de réflectivité et repose essentiellement sur la possibilité de séparation (Fig. 7).

**Estimation de l'ondelette**

L'ondelette est estimée en utilisant les basses fréquences de  $CX(q)$ . La portion de basses fréquences de  $\text{Log}(X(\omega))$  peut être extraite en utilisant les valeurs de  $CX(q)$  pour  $|q| < q_0$ , où  $q_0$  est la "fréquence de coupure". Cette procédure est appelée le filtrage passe bas.

**Estimation de l'autocorrélation de l'ondelette (cas de l'ondelette Klauder)**

En premier lieu, le spectre d'amplitude est égalisé et normalisé par le filtrage cepstral du spectre zéro phase et sans toucher le spectre de phase.

Le cepstre zéro phase de la trace est donné par :

$$X_0(q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{Log}|X(\omega)| e^{i\omega t} d\omega \quad (25)$$

Ce cepstre peut être écrit comme :

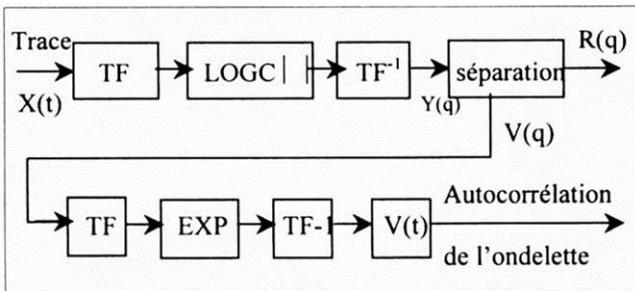
$$X_0(q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \{ \text{Log}|V(\omega)| + \text{Log}|R(\omega)| \} e^{i\omega t} d\omega$$

$\text{Log}|V(\omega)|$  est le log du spectre d'amplitude, ou cepstre zéro phase de l'ondelette.

Généralement le cepstre de l'ondelette contribue aux basses fréquences dans le cepstre de la trace, alors le terme  $\text{Log}|V(\omega)|$  peut être estimé en appliquant le filtrage passe bas pour le cepstre de la trace.

L'autocorrélation de l'ondelette peut être estimée par transformée inverse de  $V(q)$  (Fig.8).

L'avantage de cette méthode est que, lorsque la séparation cepstrale est possible, l'autocorrélation de l'ondelette est obtenue sans hypothèse spectrale explicite sur la fonction de réflectivité. Ce qui permet d'avoir un filtre sans contrainte sur la longueur de l'autocorrélation et donc sur l'ordre du filtre autoregressif.



**Figure 8:** Cepstre d'énergie. Estimation de l'autocorrélation de l'ondelette.

**Estimation des coefficients de réflexion**

$|R(\omega)|$  peut être estimé par deux approches.

**Première approche :**

Application de la transformation de Fourier et l'opération d'exponentiation pour la portion de hautes fréquences du cepstre de la trace.

**Deuxième approche :**

Application de la transformation de Fourier et l'exponentiation pour la portion de basses fréquences du cepstre de la trace pour estimer  $|V(\omega)|$ . La division

spectrale de  $|X(\omega)|$  par  $|V(\omega)|$  donne  $|R(\omega)|$ .

En supposant que la phase  $\theta(\omega)$  de la trace  $X(t)$  est la même que celle de la réponse impulsionnelle, alors la réponse impulsionnelle  $R(t)$  peut être calculée par la transformation de Fourier inverse suivante :

$$R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |R(\omega)| e^{i\theta(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \quad (26)$$

Pratiquement c'est la deuxième approche qui est utilisée car le problème de hautes fréquences du bruit est contourné.

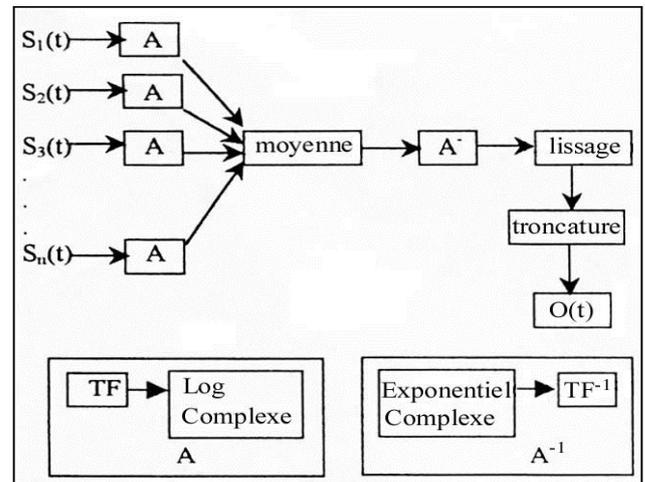
De ce type de filtrage cepstral, résulterait une réponse impulsionnelle à bande limitée, cependant les impulsions réfléchies dans  $R(t)$  auront des lobes secondaires gênants.

Pour contourner ce problème, on passe au deuxième objectif de la méthode de déconvolution proposée, qui est l'extension de la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle.

Clayton et Wiggins (1975), utilisent la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle dans la gamme fréquentielle du signal pour prédire les valeurs de la transformée de Fourier à l'extérieur de la bande fréquentielle du sweep.

**DECONVOLUTION PAR "LOG SPECTRAL AVERAGING"**

La procédure utilisée dans la méthode "Log Spectral Averaging" pour estimer l'ondelette de la source est illustrée par la figure 9.

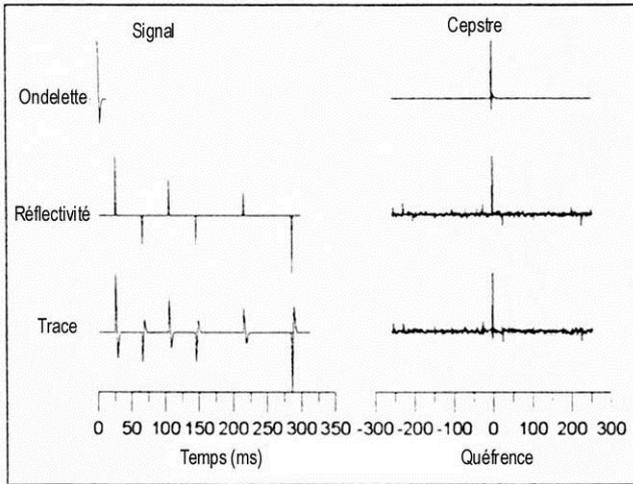


**Figure 9:** Diagramme de la méthode utilisée dans "Log Spectral Averaging".

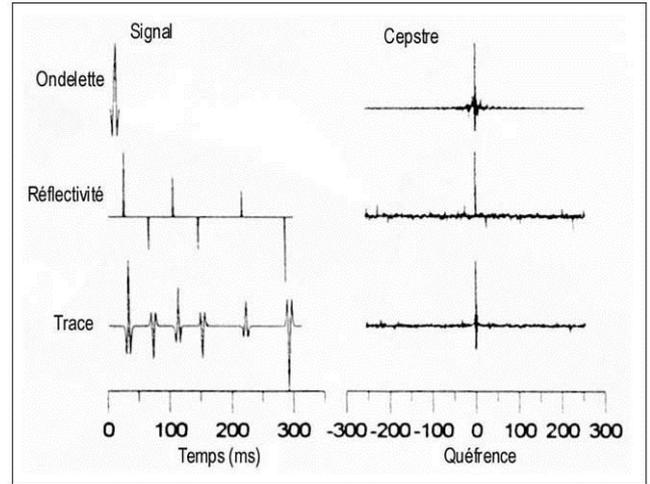
Elle consiste à :

- 1/ Obtenir les enregistrements sismiques  $S(t)$ ,
- 2/ Calculer le logarithme complexe de spectre de chaque enregistrement,
- 3/ Calculer la moyenne de logarithme complexe des spectres de tous les enregistrements,
- 4/ Calculer la transformée de Fourier inverse de la moyenne résultante,
- 5/ Lisser et tronquer le résultat.

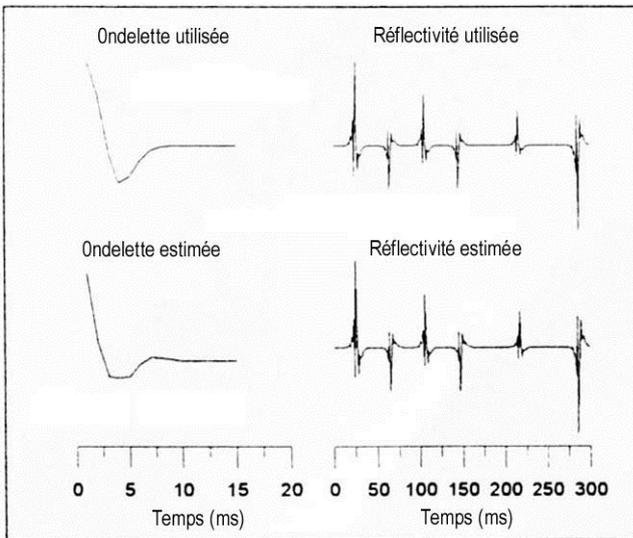
Chaque enregistrement sismique  $s_i(t)$  est considéré comme la convolution de l'ondelette source avec la réponse impulsionnelle de sous-sol.



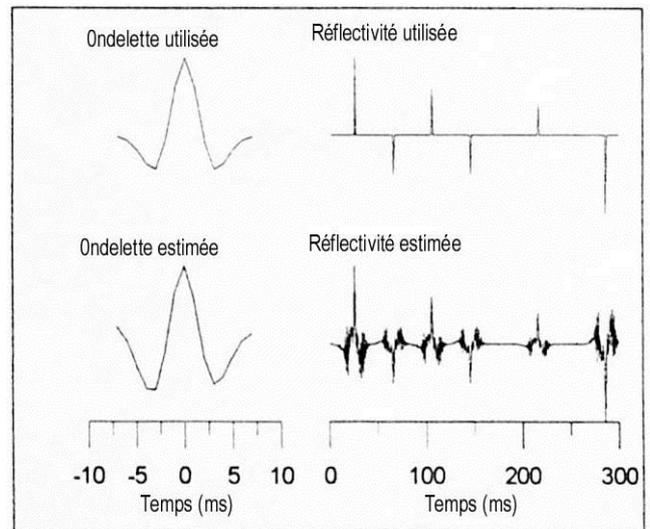
**Figure 10:** Trace simulée avec ondelette à phase minimale.



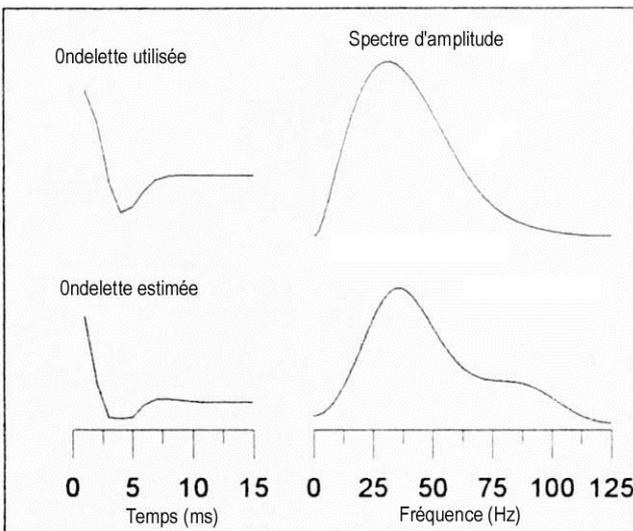
**Figure 13:** Trace assimilée avec ondelette à phase zéro.



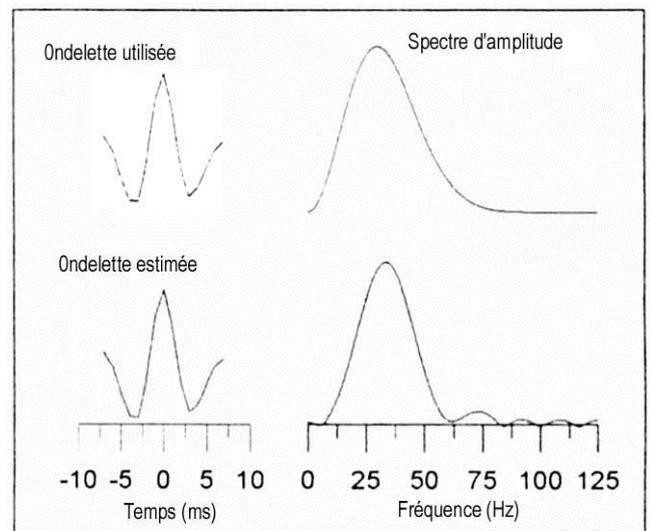
**Figure 11:** Ondelette estimée par déconvolution homomorphique, option basses quérences, la coupure égale à 6 ms et réflectivité estimée per option hautes quérences.



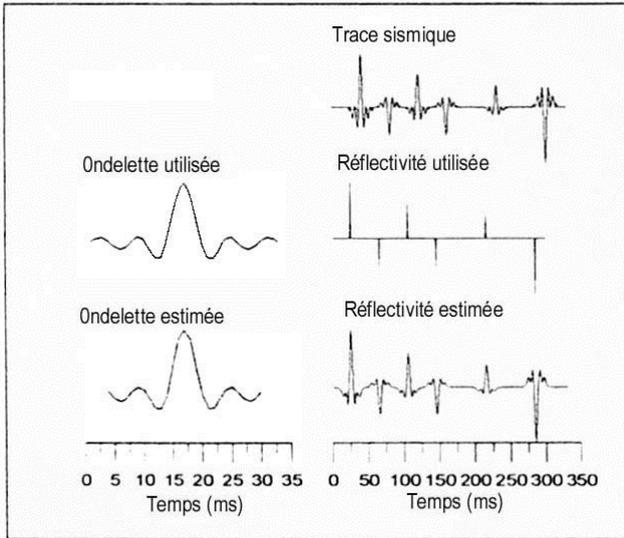
**Figure 14:** Ondelette estimée par déconvolution homomorphique, option basses quérences, la coupure égale à 6 ms et réflectivité estimée per option hautes quérences.



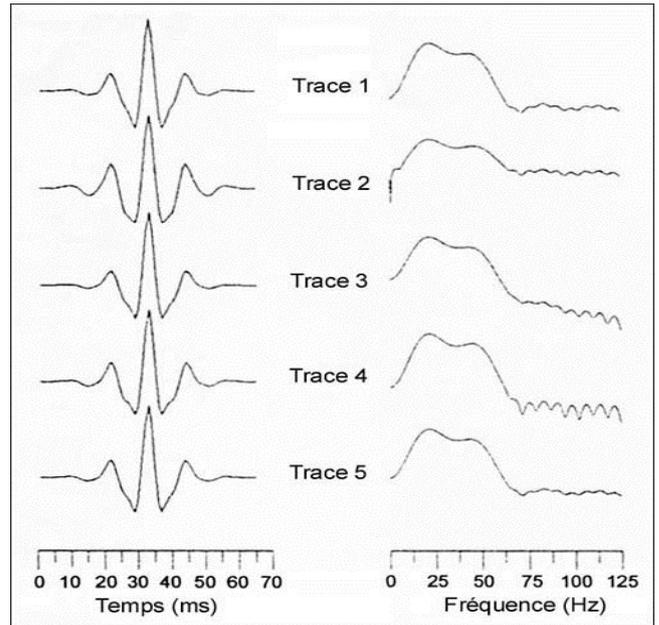
**Figure 12:** Ondelettes utilisée et estimée avec leurs spectres d'amplitude (l'ondelette utilisée est celle de la fig.10).



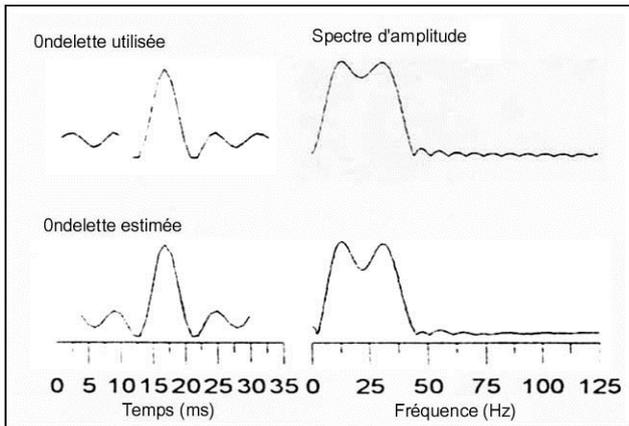
**Figure 15:** Ondelettes utilisée et estimée avec leurs spectres d'amplitude (l'ondelette utilisée est celle de la fig.13).



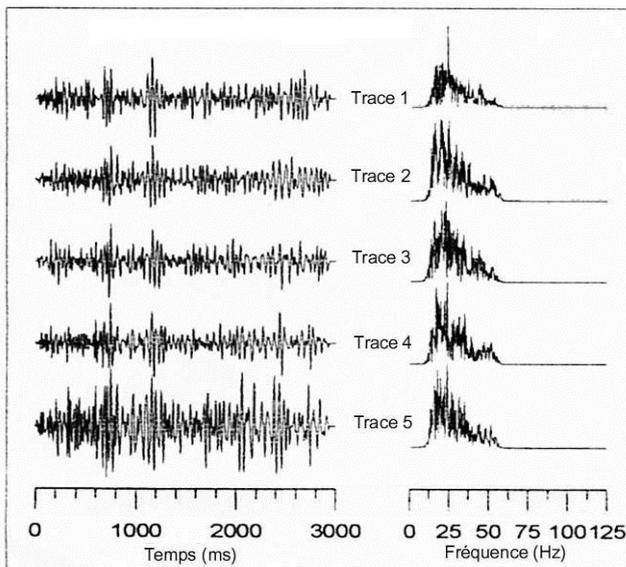
**Figure 16:** Trace assimilée avec ondelette zéro phase, Ondelette et réflectivité utilisées et leurs estimées calculées par déconvolution homomorphique zéro phase (cepstre d'énergie).



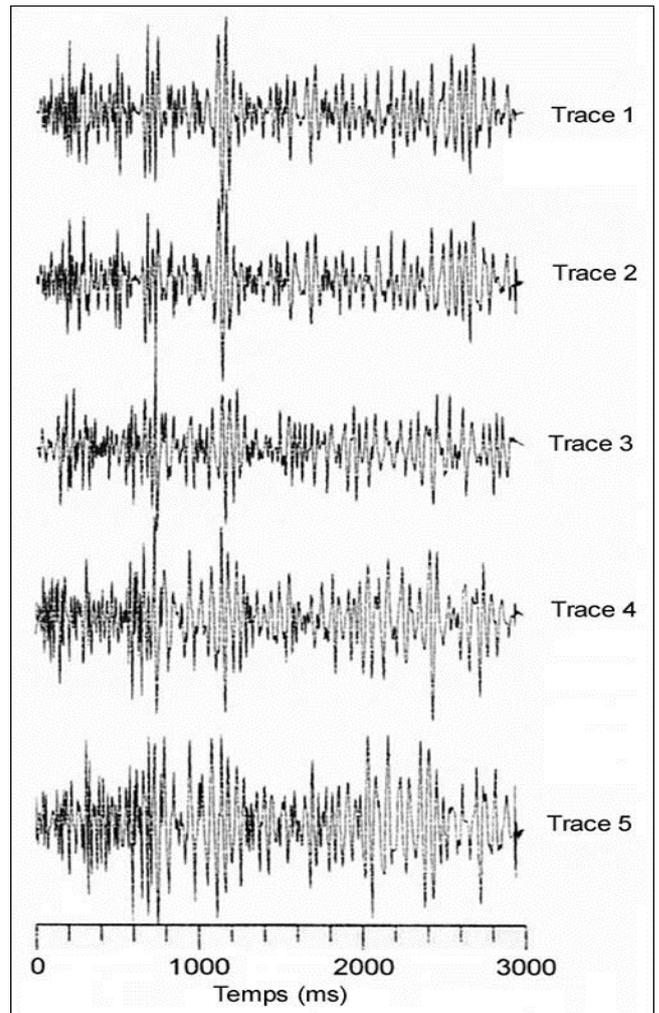
**Figure 19:** Ondelette estimée, pour chaque trace réelle, par déconvolution homomorphique zéro phase, et son spectre d'amplitude correspondant.



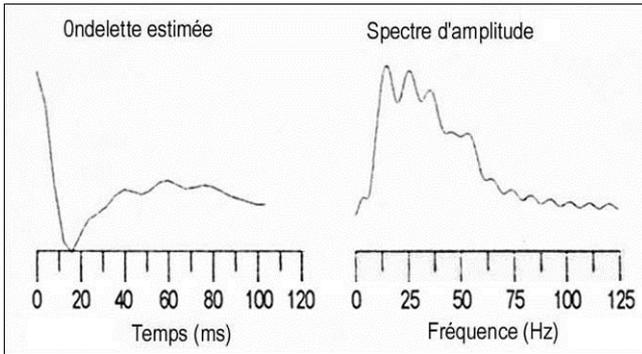
**Figure 17:** Ondelettes utilisée et estimée avec leurs spectres d'amplitude (l'ondelette utilisée est celle de la fig.13).



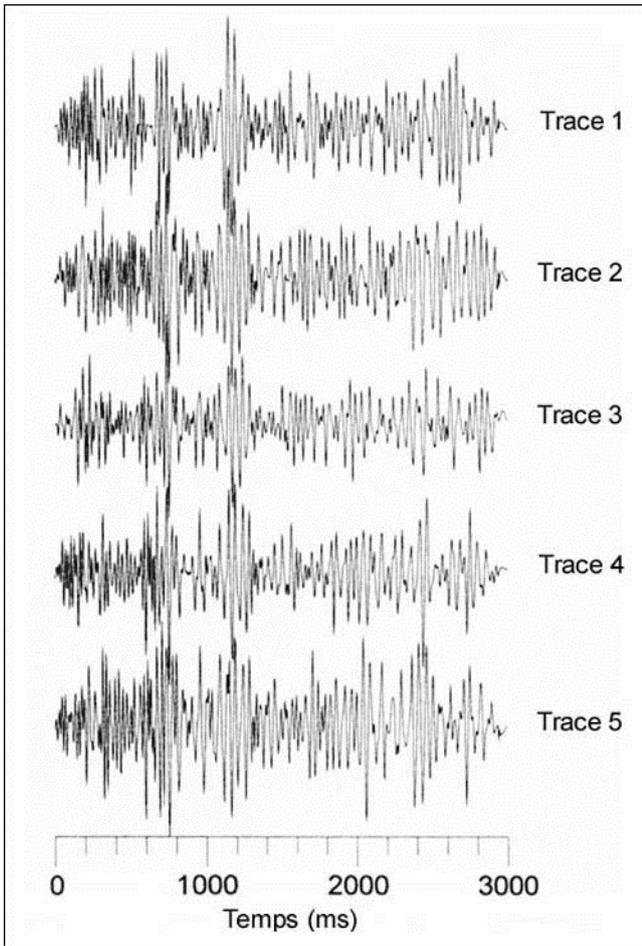
**Figure 18:** Cinq traces réelles vibroseis (points miroirs) et leurs spectres d'amplitudes.



**Figure 20:** Les cinq traces réelles déconvoluées par déconvolution homomorphique zéro phase, en utilisant les ondelettes estimées de la figure 19.



**Figure 21:** Ondelette estimée, par la méthode "Log spectral Averaging" pour les cinq traces réelles, et son spectre d'amplitude.



**Figure 22:** Les cinq traces réelles déconvoluées par déconvolution homomorphique zéro phase, en utilisant l'ondelette estimée par "Log Spectral Averaging" de la figure 21.

Si la fonction de la source est stationnaire, et si la réponse impulsionnelle de sous-sol est variable, alors le cepstre de chaque enregistrement sera la somme de deux fonctions :

- 1/ Fonction qui correspond à celle de la source,
- 2/ Fonction qui correspond à celle de la réponse impulsionnelle (elle varie d'un enregistrement à un autre).

En faisant la moyenne des cepstres complexes de plusieurs enregistrements, on obtient une estimation de la fonction stationnaire, car la fonction variable tend à une valeur insignifiante presque nulle.

Ensuite, par la transformée de Fourier inverse au domaine temporel, une estimation de la fonction de la source est déduite, qui pourra être utilisée pour déconvoluer les données sismiques.

Cette technique présente deux avantages importants :

- 1/ La transformation homomorphique préserve la phase (fonction source contient l'information sur la phase),
- 2/ Si on utilise la fonction source estimée pour construire le filtre inverse de Weiner, on élimine la supposition d'une réponse impulsionnelle de sous-sol aléatoire.

## APPLICATIONS

### Simulations synthétiques (Fig.10 à 17)

On a assimilé une trace sismique idéale non bruitée et une trace sismique bruitée, telles que ces traces sont choisies comme le résultat de la convolution de deux fonctions dont les caractéristiques sont les suivantes :

- 1/ Une ondelette à phase minimale pour le cas d'une source explosive, et une ondelette Klauder pour le cas d'une source vibroseis,
- 2/ Une série aléatoire de coefficients de réflexion, limitée à six coefficients, de longueur 0.5 seconde.

### Simulations réelles (Fig.18 à 22)

Pour l'application sur un exemple réel, on a traité cinq traces vibroseis sommées (points miroirs). Ces traces sont cross-corrélées pendant l'enregistrement terrain avec le sweep utilisé. Le sweep est non linéaire de longueur dix secondes et de bande fréquentielle [10 – 70 Hz].

## CONCLUSION

La méthode de déconvolution homomorphique utilisant l'ondelette à basses fréquences, élimine le problème de phase, qui est souvent rencontré sur des données réelles, car la trace sismique réelle est composée des ondelettes filtrées.

La déconvolution homomorphique semble être une méthode très puissante d'estimation de l'ondelette sismique, et de la réponse impulsionnelle, puisqu'elle n'exige pas une ondelette minimum phase et une réflectivité aléatoire.

La technique "Log Spectral Averaging" peut être un moyen utile pour la déconvolution de la fonction source des données sismiques de réflexion. Le filtre de Weiner, basé sur l'ondelette estimée par cette méthode, peut être considéré plus représentatif de la fonction de la source que celui basé sur l'autocorrélation de la trace sismique.

## REFERENCES

- [1]- Ulrych T.J., "Application of homomorphic deconvolution to seismology", *Geophysics*, vol.36, n°4, Août (1977), pp.650-660.
- [2]- Lines L.R. and Clayton R.W., "A new approach to vibroseis deconvolution", *Geophysical prospecting*, n°25, (1977), pp.417-433.
- [3]- Andersen N., "Short notes on the calculation of filter coefficients for maximum entropy spectral analysis", *Geophysics*, vol.39, n°1, Février (1974), pp. 69-72.
- [4]- Robert M. Otis and Robert B. Smith, "Homomorphic

- deconvolution by log spectral averaging", *Geophysics*, vol.42, n°6, octobre (1977), pp. 446-1157.
- [5]- Ristow and Jurczyk, "Vibroseis deconvolution", *Geophysical prospecting*, vol.33, (1982).
- [6]- Bickel S.H., "The effect of noise on minimum phase vibroseis deconvolution", *Geophysics*, vol.47, n°8, Août (1982).
- [7]- Clearbout J.F., 'Fundamental of geophysical data processing', Backwell scientific publications, (1976).
- [8]- Ozdogan Yilmaz, "Seismic data processing", *Investigations in Geophysics*, n°2, Edwin B. Neitzel, series editor. □