

## توخي الأمثل في برمجة حركة الأذرع الآلية

تاريخ استلام البحث 15/10/2001 - تاريخ قبوله 20/09/2003

## ملخص

نتطرق في هذا المقال إلى مسألة برمجة الحركات الأمثل للأذرع الآلية وبالأخص تلك المتعلقة بالتنقل من محل إلى آخر دون إتباع مسار محدد مسبقاً. نجد تطبيقات لمثل هذه الحركات في عمليات التلحيم النقطي ونقل الأشياء من محل إلى آخر. لكن تطبيق مثل هذه العمليات يمكن أن يتم وفق خيارات متعددة والأجدر بنا أن نتبع الخيار الذي يخفض من قيمة دالة نوعية كزمن تحقيق المهمة أو المتوسط التريبيقي للقوى المحركة، ... الخ. هذا مع احترام كل الشروط الخاصة بديناميكية الروبوت، خصائص المحركات والمهمة الموكلة إليه بالإضافة إلى بنية محيطه (تواجد حواجز). تتم معالجة هذه المسألة باستعمال تقنيات البرمجة غير الخطية وبالضبط بطريقة البرمجة التتابعية التريبيقية ( Sequential Quadratic Programming). عدة نتائج تم الحصول عليها بالمحاكاة الرقمية نقتربها لتبيان مدى فعالية الطريقة المقترحة.

**الكلمات مفتاحية:** روبوتيك، الأذرع الآلية، توخي الأمثل، برمجة الحركات، تجنب الحواجز.

## طه شطيبي

مخبر ميكانيكا الهياكل  
المدرسة العسكرية متعددة التقنيات  
ص ب 16111/17  
برج البحري، الجزائر

## Abstract

We discuss the problem of optimal motions planning for robotic manipulators, in particular those relative to point to point operations. Applications of such motions are multiples such as arc welding and pick and place operations. However, such tasks can be, in general, achieved according various choices and it will be judicious to choose which minimises a cost function like transfer period or mean average of actuators efforts, etc, while tacking into account all constraints relative to robot dynamics, actuator limits, tasks specifications and the structure of the robot environment (presence of obstacles). The problem is formulated as a non linear optimization problem and then treated by a Sequential Quadratic Programming (or SQP) method. Several numerical simulations results are presented in order to illustrate the efficiency of the proposed method.

**Keywords:** Robotic, manipulator robots, optimisation, motion planning, obstacles avoidance.

## Résumé

Nous abordons, dans cet article, le problème de planification des mouvements optimaux des bras manipulateurs et, en particulier, ceux relatifs aux transferts point à point sans poursuivre une trajectoire prédéfinie. Les applications de ce genre de mouvements sont multiples, à savoir le soudage et le transfert d'objets. Cependant, la mise en œuvre de ces tâches peut se faire selon plusieurs choix. Il serait judicieux dans ce cas d'adopter celui minimisant une fonction coût type durée de transfert ou moyenne quadratique des efforts actionneurs, etc. Ceci en respectant toutes les conditions relatives à la dynamique du robot, les caractéristiques des actionneurs, la tâche assignée et la structure de l'environnement du robot (présence d'obstacles). Le problème est formulé comme étant un problème d'optimisation non linéaire et traité ensuite par la technique de la programmation séquentielle quadratique (SQP). Des résultats de simulation numérique sont présentés afin d'illustrer la puissance de la méthode proposée.

**Mots clés:** Robotique, bras manipulateurs, optimisation, planification de mouvement, évitement d'obstacles.

## T. CHETTIBI

Laboratoire Mécanique de Structures  
Ecole Militaire Polytechnique (EMP)  
B.P.17, Bordj El Bahri  
16111 Alger, Algérie

الأذرع الآلية، أو الروبوتات بصفة عامة، في نظام إنتاج معين يهدف إلى زيادة الإنتاج وتحسين المردودية.

**استعمال** غير أن إقحام مثل هذه الآلات يتطلب حل عدة مشاكل قد تطرح على مستويات مختلفة [1, 2, 3]. معالجةها تمكن من تصميم واستعمال أمثل لمحل عمل الروبوت (Robotized Cell). من بين المسائل التي يمكن أن تطرح هي كيفية التحكم في حركة الروبوت من أجل القيام بمهمة ما. بالرغم من أن أول الأعمال التي تطرقت لهذه المسألة تعود إلى بداية السبعينيات [1] فإن حل هذه المسألة مازال يشكل مركز اهتمام كثير من الباحثين في مجال الروبوتيك. نظراً لصعوبة

وضعية الحواجز داخل محيط عمل الروبوت. المسار الذي يربط بين الوضعيتين ليس محددًا ونحن أحرار في تحديده. هذه الحرية يمكن استغلالها من أجل برمجة حركة نوعية. الطريقة العامة تتمثل في استعمال برنامج لتوخي الأمثل يخفض من قيمة دالة نوعية معرفة مسبقًا [8-12]. نتفق على تسمية هذا المنهج بـ "برمجة الحركة الحرة من محل إلى آخر".

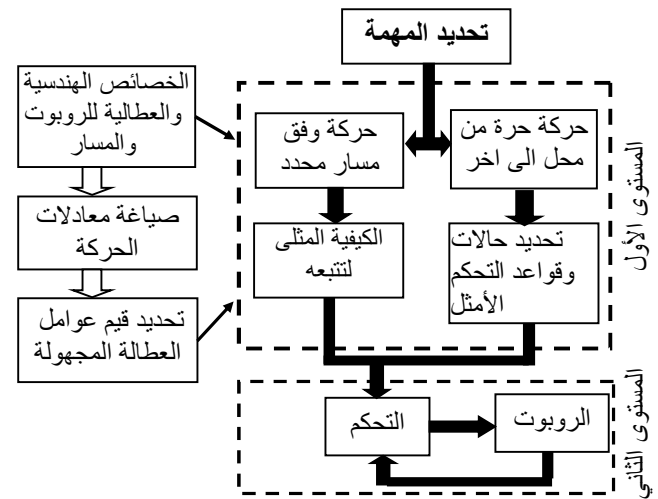
سواء أكان مسار مقبض الروبوت محددًا أم لا فإنه يوجد في كلتا الحالتين عدة طرق لإنجاز نفس المهمة. هذا التعدد راجع أساسًا إلى كثرة حلول النموذج الهندسي العكسي للروبوت، التي تسمح بالوصول إلى أية نقطة من الفضاء العملي للروبوت وفق هيئات مختلفة، وبالتالي يكون من الأجدر البحث عن الحركات الأكثر تناسبا للروبوت آخذين بعين الاعتبار المهمة الموكلة إليه والشروط المفروضة عليه.

من أجل حل مسألة برمجة الحركة المثلى هناك من الباحثين من يعتمد فقط على النموذج الحركي لوصف سلوك الروبوت [12-14]. عادة ما يكون الهدف في هذه الحالة هو إيجاد مسار يراعي الشروط الهندسية والحركية فقط. هذا النوع من البرمجة يؤدي إلى قوى محرّكة كبيرة يصعب توفيرها من قبل المحركات. بناءً على هذا توجه بعض الباحثين إلى استعمال النموذج الديناميكي من أجل وصف أدق لسلوك الروبوت. غير أنه في هذه الحالة تصبح المسألة أكثر تعقيدًا وتستلزم طرق حل خاصة مثل البرمجة الديناميكية أو مبدأ *Pentriaguine* [15, 16]. لكن لهذه الطرق عدة نقائص فمثلًا طريقة *Pentriaguine* تستلزم حلا ابتدائيًا يصعب إيجاده. في حين طريقة البرمجة الديناميكية تعاني من محدودية أبعاد المسائل الممكن معالجته (عدد درجات الحرية للذراع الآلية).

إن استعمال الأذرع الآلية في الميدان الصناعي يكون عادة للمهام المتكررة بكثرة وهذا ما دفع بالباحثين في صياغتهم للدالة النوعية إلى إقحام عوامل تمس مباشرة المردودية وظروف عمل الروبوت كزمن المهمة، الطاقة المستهلكة، الجهد المبذول، الخ.

عملية توخي الأمثل لا بد لها من أن تتم في إطار احترام القدرات المحدودة للذراع. إذن لا بد من الأخذ بعين الاعتبار هندسة وتكنولوجية النظام الميكانيكي. بالفعل، فالنظام يخضع بالنسبة للوضعيات للحدود المفروضة من قبل العوائق المتواجدة في كل مفصل، إضافة إلى القدرات المحدودة تكنولوجيا في السرعة، التسارع والقوى المحركة. كل هذه الشروط تخص الروبوت لذا أمكن تسميتها **بالشروط الذاتية**. يضاف إلى هذه الأخيرة شروطا تخص محيط الروبوت والمهمة الموكلة إليه. فمحيط الروبوت مثلًا يمكن أن يحوي حواجز يجب تجنبها، كما أن ذراع الروبوت يمكن أن تحمل أوعية غير مغلقة مملوءة بسوائل لا يجب أن تتدفق خلال النقل وهذا ما يفرض شروطا

المسألة المطروحة فإن غالبية الباحثين قاموا بتقسيم حلها إلى مستويين: أما الأول فيسمى برمجة الحركة (*Motion Planning*) والثاني يتمثل في تحقيق تتبع المسارات (*Tracking of Trajectories*) (شكل 1). تحقيق تتبع مسار معين يتمثل أساسًا في جعل وضعية وسرعة الروبوت الحالية موافقة لقيم مرغوب فيها قد تم حسابها من قبل المنظومة الخاصة بالبرمجة. هذه الأخيرة تتلقى كمعلومات ابتدائية وصفا دقيقا للحركة المراد تحقيقها والشروط المتعلقة بها، بالإضافة إلى خصائص الذراع المستعملة. في النهاية نحصل على الحركات الأمثل وفق دالة نوعية اختيرت مسبقًا وباستعمال منهجية معينة سوف نتطرق لها في بقية المقال.



شكل 1: مخطط عام لنظام حساب الحركات الأمثل لذراع آلية.

في العديد من المقالات المتعلقة ببرمجة حركة الأذرع الآلية، نجد طروحات مختلفة لهذه المسألة وكذا طرق حل مختلفة لها. يمكن تصنيفها وفق:

- كيفية تطبيق المهمة الموكلة للروبوت،
- نموذج سلوك الروبوت المستعمل،
- وطرق الحل الموظفة.

إن النظر إلى مختلف المهام الموكلة إلى الأذرع الآلية يسمح بتمييز نوعين أساسيين من الحركات التي يقوم بها الروبوت من أجل تحقيقها. النوع الأول يخص الحركات التي تتم وفق مسارات محددة مسبقًا، وينطبق هذا على مهام التلحيم أو التقطيع المستمر. توخي الأمثل يكمن في تحديد كيفية تتبع المسار المحدد [3-8]. نتفق على تسمية هذا النوع من المسائل بـ "برمجة الحركة وفق مسار محدد". بالمقابل نجد النوع الثاني من الحركات التي تتم بطريقة حرة ما بين محلين محددين أين تكون السرعة عادة معدومة. يشمل هذا النوع مهام نقل الأشياء، تركيب الرقائق الإلكترونية، التلحيم النقطي، الخ. في مثل هذه المهام، فقط الهيئتين (الوضعية والسرعة) الابتدائية والنهائية يتم فرضهما بالإضافة إلى

هذه العناصر يجب أن تحسب بشكل يسمح الربط بين الموضعين الابتدائي والنهائي مع تخفيض أقصى للدالة النوعية المعرفة على طول المسار مع احترام كل الشروط المفروضة على حالة الروبوت وقانون التحكم. الدالة النوعية التي تم تبنيها في هذه الدراسة هي عبارة عن جمع موزون لزمان التنقل والمتوسط التربيعي للقوى المحركة، تكتب بالشكل التالي:

$$(2) \quad \min_{\tau} J = \mu T + \frac{1-\mu}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^n \left( \frac{\tau_i(t)}{\tau_{i\max}} \right)^2 dt$$

أين  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq 1$ ) يلعب دور وسيط الموازنة ويسمح بمراقبة تطور كل مجاهيل المسألة خلال تقدم عملية توخي الحركة الأمثل. بالفعل، إن صياغة دالة نوعية تضم فقط زمن التنقل قد يؤدي إلى ارتفاع قيم القوى المحركة بشكل لا يسمح بتطبيقها عمليا، وكذلك تغييب الزمن في الصياغة قد يجعل الحركة تتم بشكل بطيء جدا يجعلها غير عملية تماما.

البحث عن الحركة الأمثل يجب أن يتم مع احترام كل الشروط المفروضة على الروبوت. نذكر على الخصوص:

- **الشروط المفروضة على الوضعيات المفصلية:** تكتب على الشكل

$$(3) \quad |q_i(t)| \leq q_i^{\max} \quad i=1, \dots, n$$

وتترجم تواجد العوائق المفصلية.

- **الشروط المفروضة على القوى المحركة:** تكتب على الشكل

$$(4) \quad |\tau_i(t)| \leq \tau_i^{\max} \quad i=1, \dots, n$$

تكشف هذه الشروط عن مدى محدودية الموارد التي تسمح بتحقيق الحركة وهذا راجع أساسا الى تكنولوجيا المحركات المستخدمة.

- **تواجد الحواجز في محيط عمل الروبوت:** إن تواجد الحواجز يحرم الروبوت من الحركة بحرية لذا يجب مراقبتها بحساب المسافات الفاصلة بين مختلف أجزائه والحواجز. تجنب الارتطام بها يترجم عادة بمتراجحة غير خطية تعتمد على قيم الوضعيات المفصلية وتكتب على الشكل:

$$(5) \quad E(q) \leq 0$$

## 2- طريقة الحل المقترحة

الطريقة المقترحة تعتمد على استعمال إحدى تقنيات البرمجة غير الخطية وبالضبط طريقة البرمجة التتابعية التربيعية (SQP) [19] للبحث عن مجاهيل المسألة. نظرا لصعوبة البحث مباشرة عن القيم اللحظية للوضعيات وبالتالي القوى المحركة فانه تم اللجوء إلى تقريب التطور الزمني للمتغيرات المفصلية باستعمال كثيرات حدود من الدرجة السادسة ذات عوامل مجهولة. جزء منها يتم تحديده

إضافية على الوضعية، السرعة، التسارع والقوى المحركة. هذا النوع من الشروط يسمى بالشروط **المحيطة**.

في هذا المقال سنتناول بالدراسة وبشكل خاص مسألة برمجة الحركات الحرة المثلى للأذرع الآلية مع تجنب الحواجز. تتم معالجة هذه المسألة باستعمال تقنيات البرمجة غير الخطية وبالضبط بطريقة البرمجة التتابعية التربيعية (Sequential Quadratic Programming). عدة نتائج تم الحصول عليها بالمحاكاة الرقمية نقترحها لتبيان مدى فعالية الطريقة المقترحة.

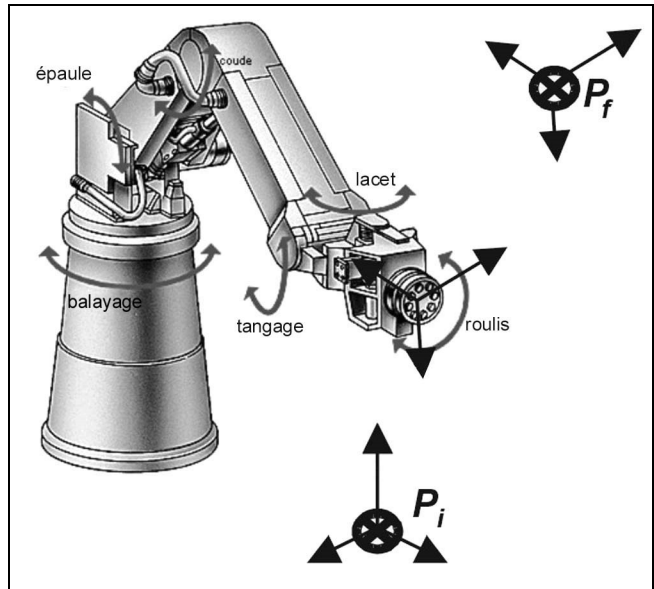
## 1- المسألة

المسألة المطروحة في هذا المقال يمكن صياغتها كما يلي:

- لتكن ذراع آلية ذات  $n$  درجة من الحرية،
- ديناميتها خاضعة لمعادلات الحركة من الشكل [18, 17]:

$$(1) \quad M(q)\ddot{q} + Q(q, \dot{q}) + G(q) = \tau$$

أين تمثل  $M(q)$  مصفوفة عطالة الروبوت  $Q(q, \dot{q})$  شعاع القوى الطاردة وقوى كوريوليس،  $G(q)$  شعاع قوى الجاذبية، و  $\tau(t)$  شعاع التحكم. يجب عليها التنقل من هيئة ابتدائية  $P_i$  إلى هيئة نهائية  $P_f$  (شكل 2).

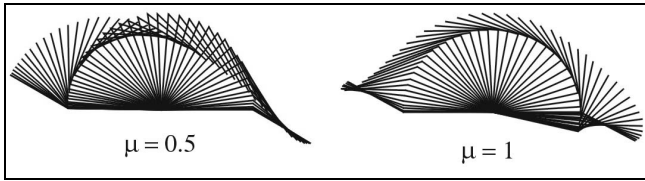


**شكل 2:** روبوت مطالب بوصل موضعين ابتدائي ونهائي. **يجب إيجاد:**

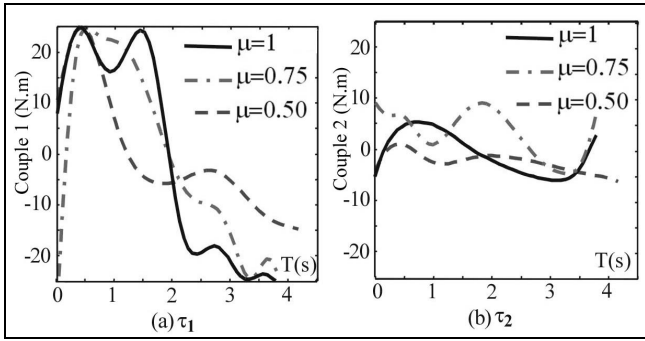
- قانون التحكم  $\tau(t)$ ،
- المسار اللازم تتبعه  $q(t)$ ،
- والوقت النهائي  $t_f$  للمهمة.

يلاحظ من خلال الجدول 3 الذي دونت فيه بعض نتائج المحاكات الرقمية التي قمنا به أن رفع قيمة الوسيط سمحت بخفض قيمة زمن التحويل وهذا ما يتوافق والصيغة التي قدمت بما الدالة النوعية، حيث أن زيادة قيمة الوسيط أعطت قيمة أكبر لمساهمة الزمن في قيمة الدالة النوعية وبالتالي خفض قيمته تأمين خفض قيمة الدالة كلها. لكن تصاحب هذا بزيادة كبيرة في الجهد الحسابي المبذول وهو الشيء الذي نلمسه من خلال زمن الحساب وعدد مرات حساب الدالة النوعية.

من خلال الشكل 4 يتضح كذلك إن انخفاض مدة التنقل يتطلب تسخير قوى محرك أكبر مع مراعاة الشروط المفروضة عليها المتمثلة بعدم تجاوز القيم الحدية. إن مقارنة النتائج المتحصل عليها هنا مع تلك التي تم التحصل عليها باستخدام النموذج المتقطع [2, 11, 20] أو باستخدام مبدأ *Pentriaguine* [8, 9] تدل على أن استخدام الدوال المتعددة الحدود سمح بحل المسألة بشكل سهل، نظرا لقلّة عدد المتغيرات مع تجنب ظهور مناطق التشعب في أشكال القوى المحركة وهذا ما يعد ايجابيا من الناحية العملية.



شكل 3: الحركة الأمثل.



شكل 4: تغيرات القوى المحركة الأمثل الموافقة لقيم مختلفة للوسيط  $\mu$ .

#### 4- تجنب الحواجز

عادة ما تكون الأذرع الآلية مجبرة على العمل في محيط يحوي أجساما مختلفة وعليه فإن منظومة برمجة الحركة يجب أن تكون قادرة على استيعاب هذا النوع من الشروط وتعريف التطور الزمني للوضعيات المفصلية الموافقة لها. الطريقة التي نقتربها في هذه الدراسة تتمثل في مايلي: انطلاقا من شكل أولي للتطور الزمني للوضعيات المفصلية معطى على شكل كثيرات حدود (6)، والذي بإمكانه التسبب في ارتطام بالحواجز، نقوم استنادا إلى منهج لتوخي الأمثل بتعريف المعاملات  $a_4, a_5, a_6$  بطريقة تخفض من قيمة

باستغلال الشروط الابتدائية والنهائية والجزء المتبقي يشكل المجاهيل الجديدة لعملية توخي الأمثل. كثيرات الحدود المستعملة تكتب كما يلي:

$$(6) \quad q_i(t) = \sum_{j=0}^6 a_j^i t^j \quad i=1,2,\dots,n$$

وبالتالي تكون السرعات المفصلية كما يلي:

$$(7) \quad \dot{q}_i(t) = \sum_{j=1}^5 j a_j^i t^{j-1} \quad i=1,2,\dots,n$$

العوامل  $a_0, a_1, a_2, a_3$  يتم حسابها باستعمال الشروط الابتدائية و النهائية المفروضة على الوضعية والسرعة، في حين أن  $a_4, a_5, a_6$  تعرف اعتمادا على طريقة SQP. إذن من أجل روبوت ذو  $n$  درجة من الحرية يكون لدينا  $3n$  مجهول يجب تحديد قيمهم. ما يلاحظ هو أن عملية استبدال المتغيرات  $q(t)$  بهذا النوع من الدوال خفض من تعقيد المسألة المطروحة، فعوض البحث عن دوال زمنية كاملة يتم البحث فقط عن معاملات ثابتة و محدودة العدد.

### 3- المثال الأول

في هذا المثال سندرس تحويلا يقوم به روبوت ذو درجتين من الحرية، موجود في وضعية أفقية (في الحقيقة هذا الروبوت يمثل تبسيطا للروبوت الصناعي IBM7535 نوع SCARA أين تم الأخذ بعين الاعتبار سوى خصائص الجسم الأول والثاني (جدول 1 [2]). التحويل المراد تحقيقه معرف بالشروط الابتدائية والنهائية المدونة في الجدول 2. الحركات سيتم برمجتها من أجل قيم مختلفة للوسيط  $\mu$  حتى نتمكن من رؤية مدى تأثيره على نوعية الحركة المتحصل عليها.

	الهيئة الابتدائية	الهيئة النهائية	الجسم 1	الجسم 2
$m(\text{kg})$			5	21
$d(\text{m})$			0.4	0.25
$l(\text{m})$			0.7	0.5
$I_z(\text{kg.m}^2)$			5	0.8173
$\tau_{max}(\text{N.m})$			25	9
$\tau_{min}(\text{N.m})$			-25	-9

جدول 1: خصائص الروبوت.

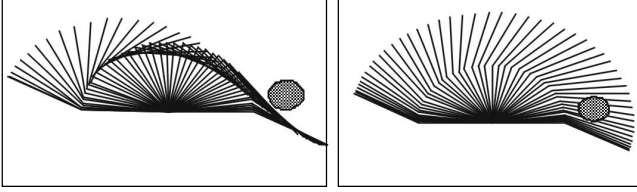
جدول 2: الشروط الابتدائية والنهائية	حساب $\mu$	زمن التنقل (ثا)	زمن الحساب (ثا)	عدد مرات حساب الدالة النوعية
1	1	3.77	137.75	852
2	0.50	4.16	39.93	350
3	0.25	4.94	40.10	377

جدول 3: نتائج المحاكاة الرقمية

$\tau_{max}$ (N.m)	186.4	89.4
$\tau_{min}$ (N.m)	186.4-	89.4-

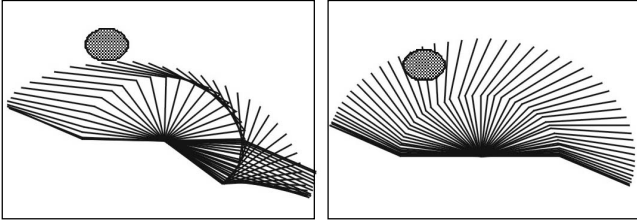
**جدول 4:** خصائص الروبوت.

الحركة المراد تحقيقها هي نفسها المعرفة في الجدول 2 ولكن مع وجود حاجز نصف قطره 0.09 م عند الاحداثيات (0.6،0.1) م. بعد تطبيق منهج البحث المقترح انطلقا من الحل الابتدائي الممثل بالشكل 6، حصلنا على الحركة المثلى المبينة في الشكل 7.



**شكل 6:** الحل الابتدائي. **شكل 7:** الحركة الأمثل مع تجنب الحاجز.

هذه النتيجة تم الحصول عليها من أجل  $\mu=0.8$  والتنتقل يتم في مدة قدرها 0.5273 ثا. قمنا بمحاولة أخرى وهذا من أجل حاجز آخر نصف قطره 0.12 م عند الاحداثيات (-0.6،0.2) م وكانت النتيجة كما يلي (شكل 8،9):

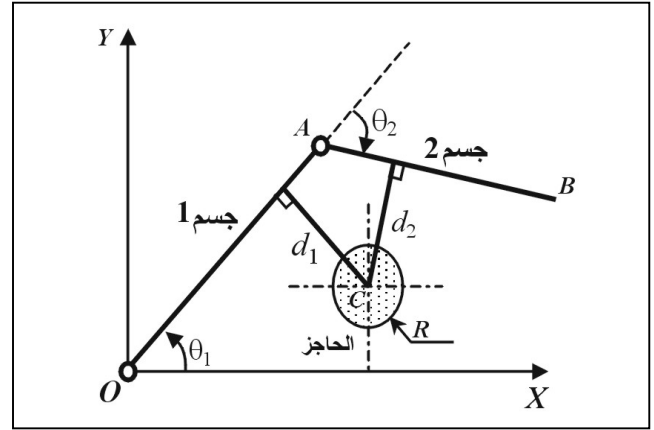


**شكل 8:** الحل الابتدائي. **شكل 9:** الحركة الأمثل مع تجنب الحاجز.

هذه النتيجة تم الحصول عليها من أجل  $\mu=0.8$  والتنتقل يتم في مدة قدرها 1.4913 ثا. الشكل 10 يبين النتيجة المحصل عليها، باستعمال نفس المنهجية، في حالة أكثر تقيداً روبوت متكرر redundant مع وجود ثلاث حواجز في محيط عمله.

الدالة النوعية (2) وتحترم الشروط السابقة (3)، (4) و (5) بالإضافة إلى الشروط الجديدة الناتجة عن تجنب الحواجز. من أجل معالجة هذه المشكلة قمنا بنمذجة هيكل الروبوت باستعمال نموذج خيطي في حين أن الحواجز تم تمثيلها في المستوي بأقراص مملوءة (في الفضاء نستعمل كريات). إن حجم أعضاء الروبوت المختزلة في النموذج الخيطي يمكن استرجاعه بتغيير قيم نصف قطر الأقراص المستعملة، في حين أن أشكال الحواجز المعقدة يمكن تكوينها اعتمادا على اتحاد عدد معين من الأقراص أو الكريات.

في ما يلي ستنتم صياغة الشرط الذي يجب احترامه في حالة بسيطة أين يتواجد حاجز في محيط روبوت ذو درجتين من الحرية. المعالجة يمكن تعميمها إلى حالات أكثر تعقيدا.



**شكل 5:** مبدأ تجنب الحواجز لروبوت ذو درجتين من الحرية.

الدراسة الهندسية للشكل 5 سمحت بتحديد المسافتين الأقصر الموجودة بين الجسمين المكونين لهيكل الروبوت. انهما تعرفان بالعلاقتين:

$$d_2 = \frac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{\|\vec{AB}\|} \quad d_1 = \frac{\|\vec{OA} \wedge \vec{OC}\|}{\|\vec{OA}\|}$$

وبالتالي الشرط الواجب تحقيقه لتجنب الحاجز هو معرف بالجملة:

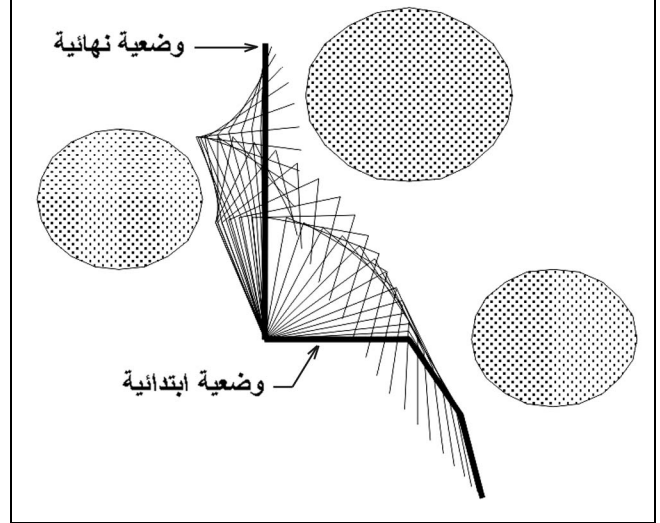
$$(8) \quad \begin{aligned} d_1 - R &> 0 \\ d_2 - R &> 0 \end{aligned}$$

## 5- المثال الثاني

في هذه المرة سندرس روبوت ذو درجتين من الحرية لكن في وضعية شاقولية، وهو يمثل الجسم الثاني والثالث للروبوت الصناعي PUMA560، خصائصه معرفة في الجدول 4.

	الجسم 1	الجسم 2
$m$ (kg)	17.4	4.8
$d$ (m)	0.068	0.07
$l$ (m)	0.4318	0.4331
$I_z$ (kg.m <sup>2</sup> )	0.620	0.109

- [3]- Chettibi T. et Yousnadj A., "Planification en temps minimum du mouvement d'un robot manipulateur le long d'une trajectoire imposée", SNAS Nov. (1999).
- [4]- Bobrow J.E., Dubowsky S. and Gibson J.S., "Time-Optimal Control of robotic manipulators along specified paths", *The international journal of robotics research*, Vol. 4, N°3 Fall (1985).
- [5]- Kang G.S. and McKay D.N., "Selection of near minimum time geometric paths for robotic manipulators", *IEEE Trans on Aut. Contr.*, Vol AC31, N°6, june (1986), pp.501-512.
- [6]- Jacques J., E. Soltine, and H.S. Yang, "Improving the efficiency of time-optimal path following Algorithms", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.5, N°1, February (1989).
- [7]- Pfeiffer F. and Rainer J., "A concept for manipulator trajectory planning", *IEEE Journal or robotics Automation*, Vol. Ra-3, N°2, April (1987).
- [8]- Bessonnet G., "Optimisation dynamique des mouvements point à point de robots manipulateurs", thèse d'état, Université de Poitiers (1992).
- [9]- Danes F., "Critères et contraintes pour la synthèse optimale des mouvements de robots manipulateurs. Application à l'évitement d'obstacles", Thèse d'état, Université de Poitiers (1998).
- [10]- Lazrak M., "Nouvelle approche de commande optimale en temps final libre et construction d'algorithmes de commande de systèmes articulés", Thèse d'état, Université de Poitiers (1996).
- [11]- Kan G.S. and McKay N.D., "A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic manipulators" *IEEE Trans. on Aut. Cont.*, vol AC-31, N°6, june (1986), pp.491-450.
- [12]- Barraquand J., Kavraki L., Latombe J.C., Li T.Y., Motvani R. and Raghavan O., "A random sampling scheme for path planning", 7th Int. Conf. on Rob. Research ISRR (1996).
- [13]- Latombe J.C., "Robot Motion Planning", Kluwer Academic Publishers (1991).
- [14]- Bouzakis M.S. and Mansour K.D., "Optimization of robot links motion in inverse kinematics solution considering collision avoidance and joints limits", *Mach. And Mec. Theory*, N°30, vol. 5, (1995), pp.653-663.
- [15]- Pontryagin L., Boltianski V., Gamkrelodze R. and Michtchenko E., "Théorie mathématique des processus optimaux", Edition Mir (1965).
- [16]- Powell M.J., "Algorithms for non-linear constraints that use Lagrangian functions" *Mathematical programming*, Vol.14, (1984), pp.224-248.
- [17]- Khalil W., Dombre E., "Modélisation, identification et commande des robots", 2<sup>ème</sup> édition, Edition Hermes (1999).
- [18]- Lallemand J.P. et Zegloul S., "Robotique, Aspects fondamentaux", Edition Masson (1994).
- [19]- Fletcher R., "Practical methods of optimisation", 2<sup>nd</sup> Edition, A Wiley Interscience Publication, (1995).
- [20]- Tan H.H. and Potts R.B., "A discrete trajectory planner for robotic arms with six degrees of freedom", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.5, N°5, Oct (1989).



شكل 10: الحركة المثلى لروبوت منكر مع وجود ثلاث حواجز.

### الخلاصة

تطرقنا في هذا المقال إلى مسألة برمجة الحركات الحرة للأذرع الآلية من محل إلى آخر وتم اقتراح منهجية للحل تعتمد أساساً على تقريب التطور الزمني للمتغيرات المفصلية باستعمال كثيرات حدود من الدرجة السادسة ذات عوامل مجهولة. جزء منها يتم تحديده باستغلال الشروط الابتدائية والنهائية والجزء المتبقي يشكل المجاهيل الجديدة لعملية توكي الأمثل. هذه الأخيرة تحققت باستعمال إحدى تقنيات البرمجة غير الخطية وبالضبط طريقة البرمجة التتابعية التريبيعية. تتم برمجة الحركات الأمثل بطريقة تخفض من قيمة دالة نوعية تضم الزمن والمتوسط التريبيعي للقوى المحركة وتتم الموازنة بينهما باستعمال وسيط. نظراً لسهولة الطريقة المقترحة تمكنا من إقحام شروط إضافية صعبة تتمثل في تجنب الحواجز والتي تم احترامها بدون أي مشكل يذكر.

### الهوامش

- [1]- Kahn M.E. and Roth B., "The near minimum time control of open loop articulated kinematic chains", *ASME J. of Dyn. Sys., Meas. and Cont.*, Sept. (1971), pp.164-172.
- [2]- Chettibi T., "Contribution à l'exploitation optimale des bras manipulateurs", Magister Thesis, Military Polytechnic College, Algiers, July (2000).