

METHODE DES DIFFERENCES FINIES APPLIQUEE DANS L'ETUDE DES COMPOSANTS D'OPTIQUE INTEGREE

Reçu le 27/03/2001 – Accepté le 29/11/2003

Résumé

L'utilisation des fibres optiques comme moyen de transport de l'information se généralise de plus en plus et le traitement du signal nécessite de multiples conversions ondes optiques - ondes électriques et inversement. Pour éviter ce genre d'opérations, la chaîne de transport doit être purement optique et pour cela il est nécessaire de modéliser des composants en optique intégrée. Le travail que nous présentons ici est la simulation de la propagation dans un microguide enterré par la méthode des différences finies. Cette méthode est nécessaire quand le composant en optique intégrée présente des différences d'indices de réfraction importantes entre ses différents milieux (≥ 0.1) suivant un plan transversal par rapport à l'axe de propagation. Ce composant pourrait être le lien entre la fibre optique et le circuit optique suivant, ou bien la base d'un circuit remplissant une fonction électronique (amplificateur, oscillateur, etc.).

Mots clés: *Microguide, optique guidée, indice de réfraction, différences finies, Helmholtz.*

Abstract

The optical fibers are getting more and more used for the transmission of information, and the processing of the signal needs many optical wave-electrical signal conversions and inversely. To avoid such operations, the entire communication system should be optical. So, we need to model integrated optic components. In this work, the propagation in a waveguide is simulated using the finite differences method. This technique is necessary when the integrated component shows important differences in the index of refraction (≥ 0.1) in a transversal plan with respect to the direction of propagation. This component could be the link between the optical fiber and the next circuit, or considered as the basis of an electronic circuit (amplifier, oscillator, ...).

Keywords: *Waveguide, guided optic, index of refraction, finite differences, Helmholtz.*

F. SALAH-BELKHODJA

R. NAOUM

Y. RAMDANI

H. DIB

K. KHELIL

Laboratoire de Télécommunications
et Traitement Numérique du Signal
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Département d'Electronique
Université Djillali Liabes, BP 89
22000 Sidi Bel Abbès, Algérie

ملخص

بدأ استعمال الألياف البصرية كوسيلة لنقل المعلومات يتعمم شيئا فشيئا، ثم ان تحليل الإشارة يتطلب عدة تحويلات من موجات بصرية إلى موجات كهربائية والعكس. لتفادي هذا النوع من العمليات، لا بد أن تكون سلسلة الاتصالات بصرية صرفا من أجل هذا، كان من الضروري إيجاد نماذج (modéliser) لمركبات خاصة بالبصريات المتكاملة (optique intégrée) عملنا هذا هو عبارة عن محاكاة انتشار الضوء عبر موجه مكروي مدفون (microguide) بطريقة الفروق المتناهية.

هذه الطريقة ضرورية لما يبدي المركب (في مجال البصريات المتكاملة) تباينا ملحوظا في معامل الانكسار وفق مستوى عرضي بالنسبة لمحور الانتشار. يمكننا اعتبار هذا المركب كرابط بين الليفية البصرية والدارة البصرية اللاحقة أو دارة تقوم بوظيفة إلكترونية معينة (مضخم،...).

الكلمات المفتاحية: *موجه مكروي، بصرية موجهة، معامل الانكسار، الفروق المتناهية، هلمولتز.*

L'étude de composants en optique intégrée présentant de faibles variations d'indices de réfraction, entre ses différents milieux, a été réalisée principalement par la méthode du faisceau propagé [1,2,11-13] (BPM: Beam Propagation Method). Ainsi, l'étude de composants en optique intégrée présentant un fort saut d'indice transversal ne peut être faite par cette méthode; par conséquent, il a été fait appel à une autre méthode, celle des différences finies, afin de surmonter ce genre de problème et nous permettre d'élargir la gamme de composants à analyser.

L'originalité de notre travail réside dans le fait d'utiliser une méthode simple d'application pour une différence d'indice de l'ordre de 0,1 sans avoir à faire appel à des méthodes lourdes (ex : méthode des éléments finis), coûteuses et nécessitant un temps de calcul assez important.

Cette méthode, basée sur les différences finies, devant assumer une variation lente de l'enveloppe du champ suivant l'axe de propagation z , a été introduite par différents auteurs [3-6,10].

L'équation d'onde sera mise en forme, suivie de sa résolution par la méthode des différences finies. Afin de valider la méthode, elle sera appliquée au microguide enterré.

I- MISE EN EQUATION

I.1- Conditions d'application

Le fait d'analyser un guide dont l'indice de réfraction du film (milieu de propagation) est très différent de celui du substrat (milieu entourant le film) s'avère compliqué et ne peut se faire qu'avec des équations d'ondes vectorielles ou semi-vectorielles, puisqu'il peut y avoir changement de

polarisation et effet de couplage entre les différents modes qui se propagent. D'une façon générale, les équations d'ondes vectorielles pour des milieux isotropes, déduites à partir des équations de Maxwell, s'écrivent comme suit :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{\mathbf{E}} + k^2 \epsilon_r \vec{\mathbf{E}} + \vec{\nabla} \left(\vec{\mathbf{E}} \cdot \frac{\vec{\nabla} \epsilon_r}{\epsilon_r} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{\mathbf{H}} + k^2 \epsilon_r \vec{\mathbf{H}} + \frac{\vec{\nabla} \epsilon_r}{\epsilon_r} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{\mathbf{H}}) = 0 \quad (2)$$

où ϵ_r : permittivité relative du milieu
 $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$: constante de propagation dans le vide.

Le passage à des équations d'ondes scalaires, plus faciles à manipuler, est justifié lorsque la composante orthogonale du champ est négligeable et cela est applicable aux trois classes de guides [7] :

- 1) Guides optiques de section quelconque dont la différence d'indice entre le cœur (ou film) et le milieu extérieur est faible ($\ll 1$).
- 2) Guides rectangulaires lorsqu'on se situe très loin de la fréquence de coupure.
- 3) Guides dont la section transverse peut se diviser en guides plans.

I.2- Equation d'onde

Le guide d'optique intégrée qui va être étudié s'identifie dans les 2^{ème} et 3^{ème} classe de guides. La structure du microguide étudié est schématisé sur la figure 1.

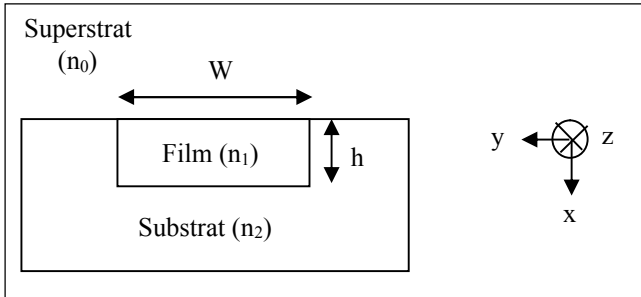


Figure 1: Microguide enterré vu de coupe.

En se limitant à l'étude du cas scalaire, la propagation d'une onde monochromatique est décrite par l'équation d'Helmholtz suivante, déduite des équations d'ondes vectorielles générales 1 et 2 :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k^2 n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} + k^2 n^2 \mathbf{H} = 0 \quad (4)$$

où k : constante de propagation du milieu considéré,
 n : indice de réfraction du milieu considéré:
 $n = n_1$ pour le film,
 $n = n_2$ pour le substrat,
 $n = n_0$ pour l'air.

Etant donné que les équations d'ondes précédentes sont identiques, le développement mathématique qui suivra ne

concernera que l'équation en E , le champ électrique.

L'étude de ce microguide a été rendue possible en divisant sa section en guides plans; le profil d'indice transversal sera donc unidimensionnel et l'équation d'Helmholtz sera réduite en une équation d'onde paraxiale :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k^2 n^2 \mathbf{E} = 0 \quad (5)$$

Le champ électrique est une onde quasi-plane de la forme :

$$\mathbf{E}(y, z) = E(y, z) \exp(-jkn_0 z) \quad (6)$$

En substituant l'expression (6) du champ électrique dans l'équation d'onde (5), et sachant que :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial E}{\partial z} \exp(-jkn_0 z) - jkn_0 \exp(-jkn_0 z) \right] \quad (7)$$

on obtient l'équation d'onde suivante [8,5], à laquelle on peut appliquer la méthode des différences finies :

$$2jkn_0 \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + k^2 \left[n^2(y, z) - n_0^2 \right] E \quad (8)$$

II- RESOLUTION DE L'EQUATION D'ONDE

II.1- Mise sous forme de différences finies

Après développements, l'équation d'onde précédente (8) peut être remplacée par une approximation en différences finies [4,8] :

$$2jkn_0 \frac{\partial E_i}{\partial z} = \frac{E_{i-1} - 2E_i + E_{i+1}}{\Delta y^2} + k^2 \left[n_i^2(y, z) - n_0^2 \right] E_i \quad (9)$$

où E_i est le champ électrique à $(i\Delta y, z)$ avec $i=0, 1, 2, \dots, N$,
 $n_i(z) = n_1$ dans le film,
 $n_i(z) = n_2$ dans le substrat.

La propagation se fait suivant l'axe Oz et pour connaître l'évolution du champ électrique $E_i(z)$ d'un pas Δz , on intègre l'équation précédente (9) dans l'intervalle $[z, z+\Delta z]$ en utilisant la méthode des trapèzes, ce qui permet de déduire le champ $E_i(z+\Delta z)$ en $z+\Delta z$. L'expression suivante sera obtenue [4] :

$$-aE_{i-1}(z+\Delta z) + bE_i(z+\Delta z) - aE_{i+1}(z+\Delta z) = aE_{i-1}(z) + cE_i(z) - aE_{i+1}(z) \quad (10)$$

$$\text{où } a = \frac{\Delta z}{2\Delta y^2}$$

$$b = \frac{\Delta z}{\Delta y^2} - \frac{k^2 \Delta z}{2} (n_i^2(z+\Delta z) - n_0^2) + 2jkn_0$$

$$c = -\frac{\Delta z}{\Delta y^2} + \frac{k^2 \Delta z}{2} (n_i^2(z+\Delta z) - n_0^2) + 2jkn_0$$

i : représente la discrétisation suivant y ,
 Δy : pas de discrétisation suivant y ,
 Δz : pas de discrétisation suivant z ,
 $E(z)$: champ électrique connu en z ,
 $E(z+\Delta z)$: champ électrique à trouver en $z+\Delta z$.

II.2- Mise sous forme matricielle

Le champ est échantillonné suivant y et l'expression précédente (10) peut être écrite sous forme matricielle pour être résolue, ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} -a & b & -a & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -a & b & -a & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -a & b & -a & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -a & b & -a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_0(z+\Delta z) \\ E_1(z+\Delta z) \\ \dots \\ E_n(z+\Delta z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & c & a & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a & c & a & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a & c & a & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & a & c & a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_0(z) \\ E_1(z) \\ \dots \\ E_n(z) \end{pmatrix} \quad (11)$$

où : $E_0(z) \dots E_n(z)$ représente la répartition initiale du champ pour le mode considéré, et $E_0(z+\Delta z) \dots E_n(z+\Delta z)$ représente la répartition du champ à trouver après un pas de calcul Δz .

II.3- Résolution appliquée

Le système matriciel à résoudre se présente de la façon suivante :

$$[A] \times [X] = [B] \quad (12)$$

où $[A]$: matrice de $(n-1)$ lignes et $(n+1)$ colonnes contenant les termes a et b ,

$[X]$: matrice colonne de $(n+1)$ lignes inconnues $E_i(z+\Delta z)$,

$[B]$: matrice colonne de $(n+1)$ lignes déduite du produit de la matrice, contenant les termes a et c de $(n-1)$ lignes et $(n+1)$ colonnes, et de la matrice colonne représentant la répartition du champ initial.

Pour résoudre ce système, il suffit de multiplier par la matrice inverse de A comme suit :

$$[A]^{-1} \times [A] \times [X] = [A]^{-1} \times [B] \Rightarrow [X] = [A]^{-1} \times [B] \quad (13)$$

où $[A]^{-1}$: matrice inverse de $[A]$,

$[X]$: répartition du champ à trouver en $z+\Delta z$.

D'un point de vue pratique, il faut rendre la matrice $[A]$ carrée pour pouvoir déterminer son inverse. Pour résoudre ce problème, et étant donné que la répartition du champ est nulle sur les bords du substrat, les première et dernière lignes de la matrice $[B]$, et les première et dernière colonnes de la matrice $[A]$, ont été supprimées.

Pour simuler la propagation tout au long du composant, il faudrait répéter cette opération pour chaque pas de calcul Δz , et la répartition du champ trouvée deviendrait alors la répartition du champ connue pour le pas suivant. Ce programme a été écrit sous Matlab.

III- Validation de la méthode

Pour avoir des éléments de comparaison, nous reprenons le même composant traité par la BPM (Fig.2). Afin de connaître la répartition du champ initial au début de la structure (en $z=0$), la méthode de l'indice effectif [9] a été utilisée.

Les éléments de la matrice dépendent du rapport $\Delta z/\Delta y^2$ donc l'optimisation des résultats passera principalement par

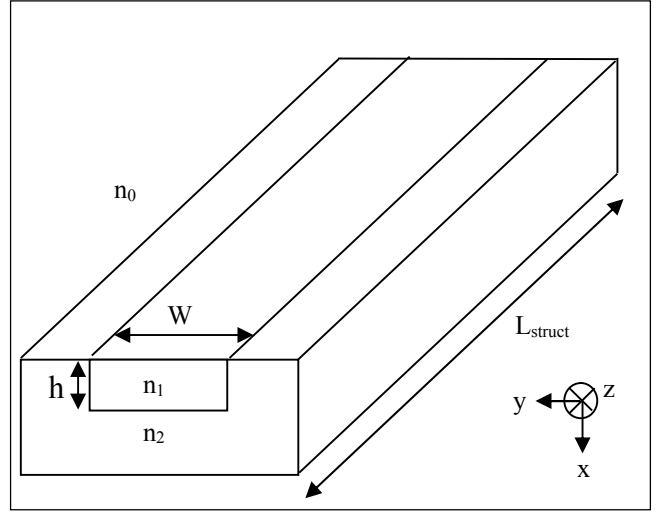


Figure 2: Microguide enterré vu en perspective.
 - indice du film: $n_1=1,55$; indice du substrat: $n_2=1,51$; indice de l'air: $n_0=1$;
 - épaisseur du film: $h=0,7 \mu\text{m}$; largeur du film : $W=2 \mu\text{m}$;
 - longueur de la structure: $L_{\text{struct}} = 800 \mu\text{m}$.

le bon choix de ce rapport. Pour un composant uniforme suivant z , comme celui étudié, la répartition du champ doit rester identique tout au long de l'axe de propagation.

Nous allons donc simuler la propagation du champ électrique pour différentes valeurs du rapport $RO=\Delta z/\Delta y^2$ et pour une longueur d'onde de travail $\lambda_0=0.6328 \mu\text{m}$ (Fig.3,4,5).

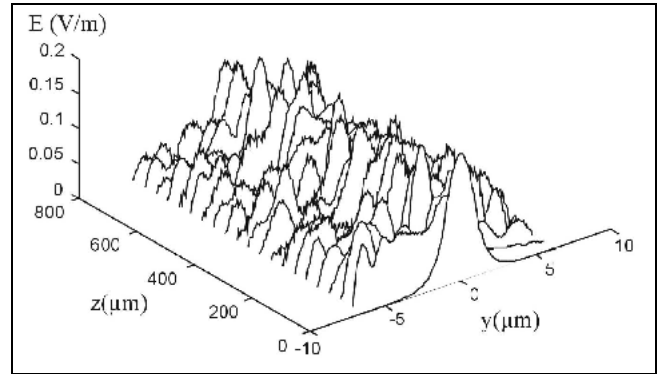


Figure 3: Simulation avec $\Delta y=0,1 \mu\text{m}$, $\Delta z=1 \mu\text{m}$ et $RO=100$.

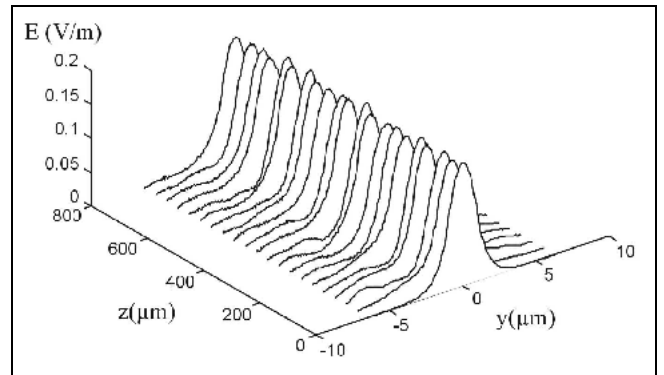


Figure 4: Simulation avec $\Delta y=0,1 \mu\text{m}$, $\Delta z=5 \mu\text{m}$ et $RO=500$.

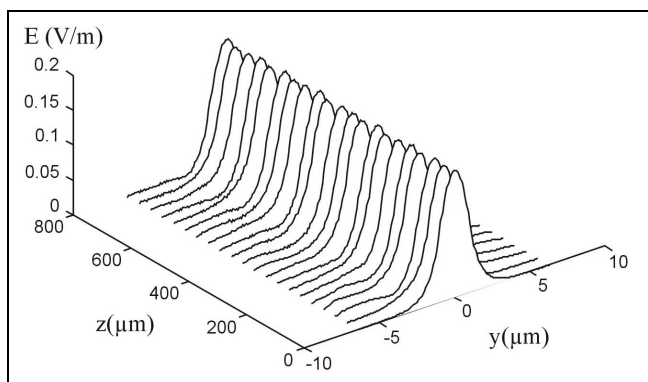


Figure 5: Simulation avec $\Delta y=0,1\mu\text{m}$, $\Delta z=10\mu\text{m}$ et $RO=1000$.

Ces simulations montrent que les résultats sont acceptables à partir du rapport $RO=1000$.

Afin de voir s'il y a une interdépendance entre Δy et Δz , nous retraçons le champ, toujours pour $RO=1000$, mais nous prenons $\Delta z=2,5\mu\text{m}$ et $\Delta y=0,05\mu\text{m}$ (Fig.6).

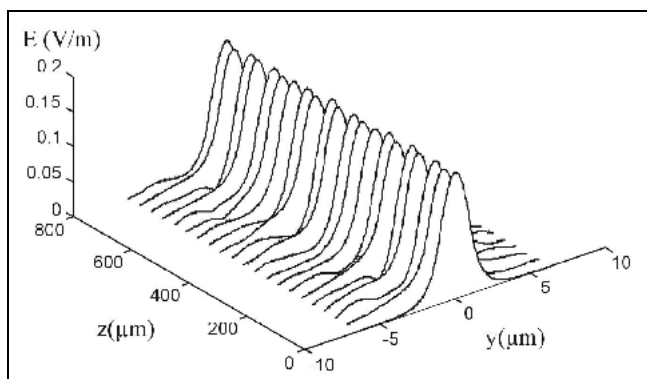


Figure 6: Simulation avec $\Delta y=0,05\mu\text{m}$, $\Delta z=2,5\mu\text{m}$ et $RO=1000$.

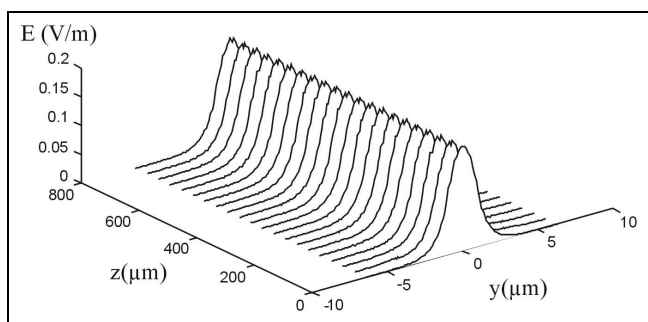


Figure 7: Simulation avec $\Delta z=1\mu\text{m}$ par la méthode de la BPM.

En comparant les champs tracés des figures 5 et 6 pour le même rapport $RO=1000$, nous constatons que le résultat obtenu est le même, et par conséquent, pour l'étude d'autres composants, il faudra s'intéresser uniquement au rapport RO en choisissant la bonne valeur. Le temps de calcul dépendra essentiellement de la taille des matrices qui, dans notre cas, ont une taille de 128×128 .

Afin de montrer l'exactitude de la méthode des différences finies, il est donné dans la figure 7 le même

tracé du champ électrique E par la méthode de la BPM déjà citée [1].

CONCLUSION

La méthode des différences finies, si elle est moins restrictive que la BPM, est quand même soumise à des contraintes et, pour l'appliquer, il faut choisir le composant qui doit figurer parmi les trois classes de guides (voir I.1).

Le résultat comparé par les deux méthodes montre la validité de la méthode proposée, tout d'abord pour des structures présentant de faibles différences d'indice entre le substrat et le film et, de plus, à la différence de la BPM, on pourra l'étendre à d'autres présentant des différences d'indice de l'ordre de 0,1.

REFERENCES

- [1]- Juvet M., "La méthode du faisceau propagé en optique intégrée : application à un discriminateur en longueur d'onde", Thèse de doctorat, université de Limoges (1987).
- [2]- Salah-Belkhodja F. et Naoum R., "Simulation de la propagation dans différentes structures d'optique intégrée", Proceedings of the CMES 94, Skikda 10 et 11 mai, (1994), pp.366-372.
- [3]- Yevick D. and Hermansson B., "Efficient Beam propagation techniques", *J. Quantum Electronics*, Vol. 26, (1990), pp.109-112.
- [4]- Chung Y. and Dagli N., "An assessment of finite difference beam propagation method", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 26, n°8, (1990), pp.1335-1339.
- [5]- Accornero R. and al., "Finite difference methods for the analysis of integrated optical waveguides", *Electronic Letters*, Vol. 26, n°23, (1990), pp.1959-1960.
- [6]- Hoekstra R.J.W.M., Krijnen G.J.M. and Lambeck P.V., "Efficient interface conditions for the finite difference beam propagation method", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 10, n°10, (1992), pp.1352-1355.
- [7]- Bertic Y., "Modélisation et caractérisation de capteurs mécano-optiques en optique intégrée à base d'INP", Thèse de doctorat, université de Saint-Etienne (1997).
- [8]- Lamouroux B. and Prade B., "Three-dimensional beam-propagation-method treatment of a monomode optical-fiber half coupler", *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 4, n°12, (1987), pp.2228-2232.
- [9]- Ramaswamy V., "Strip-loaded film waveguide", *The Bell System Technical Journal*, Vol. 53, n°4, (1974), pp.697-704.
- [10]- Salah-Belkhodja F., "Développement des méthodes d'analyse numérique en optique intégrée – Contribution à la conception de nouveaux composants en optique intégrée : multiplexeur, porte, commutateur", Thèse de doctorat d'état, université de Sidi Bel-Abbès (2002).
- [11]- Naoum R., "Conception de nouveaux composants en optique intégrée non linéaire", Thèse de doctorat d'état, université de Sidi Bel-Abbès (1999).
- [12]- Naoum R. and Salah-Belkhodja F., "Opto-optical switch in nonlinear integrated optics", *Pure and Applied Optics*, n°6, L33, (1997).
- [13]- Doerr C.R., "Beam propagation method tailored for step-index waveguides", *IEEE I 13*, n°2, february (2001), pp.130-132. □