# MODELE HYPERFREQUENCE DU TRANSISTOR MESFET GaAs

Reçu le 15/05/2000 – Accepté le 18/04/2001

## Résumé

Dans cet article, nous proposons une analyse mathématique du comportement dynamique du transistor à effet de champ à grille Schottky à l'arséniure de gallium.

Le système d'équations différentielles de la répartition du potentiel et du courant dans la zone active du composant est établi en tenant compte de l'effet de la réduction de mobilité en fonction du champ électrique. Sa résolution permet l'obtention des facteurs admittance du composant.

Les résultats obtenus concernent les variations des parties réelles et imaginaires des paramètres admittance en fonction de la fréquence pour deux types de structure à grille longue et à grille courte. Les performances hyperfréquences et plus particulièrement le facteur de stabilité de Linvill et les gains en puissance sont déterminés et la comparaison théorie – expérience montre le bien fondé de la méthode.

<u>Mots clés</u>: MESFET GaAs, hyperfréquences, facteurs d'admittance, gains de puissance.

### Abstract

In this article, we propose a mathematical analysis of the dynamic behaviour of the gallium arsenic Metal Semiconductor Field-effect Transistor "GaAs MESFET". The differential equations system of the potential distribution and of the current in the active zone of the component is established. For this, we take account of the effect of the reduction of the mobility according to the electric field. The resolution of this system resolution allows obtaining the admittance factors of the component.

The results obtained concern the variations of the real and imaginary parts of the admittance parameters according to the frequency for two structure types "long gate and short gate". The ultra high frequencies performances and more particularly the factor of stability of Linvill and the power gains are given. The comparison theory - experiment shows the good founded of the method.

<u>Key words</u>: GaAs MESFET, ultra high frequencies, admittance factors, power gains.

### C. KENZAI S. AMOURACHE Y. SAIDI M. ZAABAT

Unité de Recherche de Physique des Matériaux et Applications Université Mentouri Constantine (Algérie)

# ملخص

نقترح في هذا المقال تحليلا رياضيا للسلوك الديناميكي لترانزيستور ذو الفعل الحقلي لزرنيخ الغاليوم ذو حاجز شوتكي. من أجل هذا, نمّ وضع جملة من المعادلات التفاضلية

من أجل هذا, تمّ وضع جملة من المعادلات التفاضلية الخاصة بتوزيع كل من الكمّون والتيّار الكهربائي داخل المنطقة الفاعلة للصمام. و في هذا الصدد تمّ الأخذ بعين الاعتبار تغير الحركية الإلكترونية بدلالة الحقال الكهربائي. ولقد سمح لنا حل هذه الجملة من المعادلات، إيجاد عبارات معاملات مصفوفة القابلية [y<sub>ij</sub>] للصمام، حيث حصلنا على عبارات كل من الجزء الحقيقي والجزء التخيلي لكل معامل (y<sub>ij</sub>) بدلالة التردد f ، و هذا في حالة الترانزيستور ذو البوابة القصيرة L=4μm الترانزيستور ذو البوابة القصيرة الع

تم كذلك تحديد "Performances hyperfréquences" و بالأخص معامل الاستقرار لـLinvill و كذا الربح في الطاقة. وقد بينت المقارنة بين النتائج التجريبية و النتائج النظرية مدى صحة هذه الأخيرة.

الكلمات المفتاحية: صمام العبور MESFET GaAs، التريدات العالية, معاملات القابلية[y<sub>ij</sub>]، الربح في

الطاقة إ

Nous nous intéressons à l'analyse du mouvement dynamique des porteurs dans le canal des composants à effet de champ à grille Schottky à l'arséniure de gallium dit MESFET GaAs, en tenant compte de l'effet de la réduction de mobilité dû au champ électrique longitudinal, de l'influence des éléments parasites et de l'action des tensions continues de polarisation. Le système d'équations générales régissant le comportement dynamique du transistor sera établi et résolu pour aboutir aux expressions des facteurs de la matrice admittance du composant.

### ETUDE DYNAMIQUE DU MESFET GaAs

L'analyse du mouvement des porteurs dans le canal de conduction permet de définir les propriétés dynamiques de la zone active du MESFET GaAs par un système d'équations différentielles. Ces équations différentielles qui relient la variation du potentiel et du courant en tout point de la zone de conduction sont d'une part la continuité du courant et d'autre part la conservation du flux, en tenant compte des hypothèses suivantes :

- Unidimentionnalité vérifiée pour l'équation de neutralité dans toute la tranche de largeur *dx* (Fig.1).
- Dopage uniforme égale à N<sub>D</sub>.
- Température uniforme égale à la température ambiante.
- Approximation de petits signaux.
- Référence des potentiels prise à l'électrode de source.
- Vitesse des porteurs en fonction du champ électrique longitudinal définie par [1,2]:

$$v(E) = \frac{\mu_n E + v_s \left(\frac{E}{Ec}\right)^4}{1 + \left(\frac{E}{Ec}\right)^4} \tag{1}$$

où:  $\mu_n$  est la mobilité des électrons à faibles champs électriques,  $v_s$  la vitesse de saturation et  $E_C$  le champ électrique critique.



Figure 1: Coupe schématique du MESFET. Définition des variables géométriques et électriques.

La première équation différentielle est obtenue par linéarisation de l'expression du courant en régime variable. Ce courant total est égal à la somme du courant continu  $I_D$  et celui du signal d'excitation i(x,t):

 $I(x,t) = I_D + i(x,t)$ 

où :

$$I_{D} = q\mu_{n} Z N_{D} a \left[ 1 - \sqrt{\frac{U_{0}(x)}{V_{p}}} \right]^{*} \frac{1 + \frac{v_{s}}{\mu_{n}} \left( \frac{1}{E_{C}} \right)^{4} \left( \frac{dU_{0}(x)}{dx} \right)^{3}}{1 + \left( \frac{1}{E_{C}} \right)^{4} \left( \frac{dU_{0}(x)}{dx} \right)^{4}}$$
(3)  
et : 
$$V_{p} = \frac{q N_{D} a^{2}}{2 \varepsilon_{0} \varepsilon_{GaAs}}$$
(4)

avec :  $V_p$  la tension de pincement, q la charge de l'électron,  $N_D$  la densité de dopage, *a* l'épaisseur du canal, *Z* l'épaisseur du canal.

La tension variable U(x,t) est à son tour égale à la somme de la tension continu  $U_0(x)$  et la tension d'excitation  $\varepsilon(x,t)$ :

$$U(x,t) = U_0(x) + \varepsilon(x,t)$$
(5)

En remplaçant  $U_0(x)$  dans (3) par U(x,t), le courant total I(x,t) s'écrit:

$$I(x,t) = q\mu_n Z N_D a \left[ 1 - \sqrt{\frac{U(x,t)}{V_p}} \right] * \frac{1 + \left(\frac{v_s}{\mu_n}\right) \left(\frac{1}{E_C}\right)^4 \left(\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}\right)^3}{1 + \left(\frac{1}{E_C}\right)^4 \left(\frac{\partial U(x,t)}{\partial x}\right)^4}$$
(6)

Compte tenu des expressions (2), (3) et (5) et après plusieurs simplifications [3,4], l'expression du courant i(x,t) s'écrit :

$$i(x,t) = I_D \left\{ \frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial U_0(x)} \left[ 1 - \frac{1}{1 + E_c \frac{\partial x}{\partial U_0(x)}} \right] - \frac{\varepsilon(x,t)}{2U_0(x)} \sqrt{\frac{U_0}{V_p}} \frac{1}{1 - \sqrt{\frac{U_0(x)}{V_p}}} \right\}$$
(7)

La deuxième équation différentielle traduit la conservation du flux de courant. Dans une tranche de largeur dx, la perte de courant s'effectue par l'intermédiaire de la grille à travers la capacité de charge d'espace selon la relation:

$$\Delta i(x,t) = \frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = Z \sqrt{\frac{q N_D \varepsilon_0 \varepsilon_{GaAs}}{2 U_0(x)}} \frac{\partial \varepsilon(x,t)}{\partial t}$$
(8)

En introduisant une nouvelle variable réduite :

$$X = 1 - \sqrt{\frac{U_0(x)}{V_p}} \tag{9}$$

Les expressions (3), (7) et (8) fournissent le système d'équations différentielles qui traduit le comportement dynamique d'un MESFET sous l'action d'une tension sinusoïdale de pulsation  $\omega$ :

$$\left[\frac{\partial^2 i(X,\omega)}{\partial X^2} + 2k^2(1-X)X\,i(X,\omega) = 0\right]$$
(10)

$$\varepsilon(X,\omega) = -\frac{1}{k^2} \frac{V_p}{I_D} \frac{1}{X - \frac{I_D}{AE_c}} \frac{\partial i(X,\omega)}{\partial X}$$
(11)

Avec:

(2)

$$A = q\mu_n N_D Z a \tag{12}$$

$$c^2 = \frac{-V_P A^2}{\mu_n I_D^2} j\omega \tag{13}$$

## RESOLUTION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES

k

Le système des équations différentielles (10) et (11) n'admet pas de solution explicite. Aussi, nous avons proposé une méthode de résolution qui consiste à rechercher le développement limité en fréquence du courant  $i(X, \omega)$  et de la tension  $\varepsilon(X, \omega)$ . Cette méthode consiste à trouver une solution du système suivant deux séries de fonction convergente pour  $i(X, \omega)$  et  $\varepsilon(X, \omega)$ . Les expressions obtenues sont les suivantes :

$$i(X,\omega) = [a_0 P(X,k) + a_1 Q(X,k)] G(X,k)$$
(14)

`

avec:

$$G(X,k) = EXP\left(\frac{-k}{\sqrt{2}}\left(X - \frac{1}{2}\right)^2\right)$$
(15)

$$P(X,k) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{k^n}{FACT(2n)} \left( X - \frac{1}{2} \right)^{2n} \prod_{i=1}^n \left[ \sqrt{2} (4i - 3) - \frac{k}{2} \right] \right)$$
(16)

$$Q(X,k) = X - \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{k^n}{FACT(2n)} \left( X - \frac{1}{2} \right)^{2n+1} \prod_{i=1}^n \left[ \sqrt{2} (4i-1) - \frac{k}{2} \right] \right)$$
(17)

et :

$$\varepsilon(X,\omega) = [a_0 R(X,k) + a_1 S(X,k)] G(X,k) \frac{V_P}{I_D}$$
(18)

où :

$$R(X,k) = \frac{-1}{k^2 \left(X - \frac{I_D}{AE_c}\right)} \left(-k^2 \sqrt{2} \left(X - \frac{1}{2}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(1 - \sqrt{2} \left(X - \frac{1}{2}\right)^2 \frac{k}{2n}\right) + \frac{k^n}{FACT(2n-1)} + \left(X - \frac{1}{2}\right)^{2n-1} \prod_{i=1}^n \left(\sqrt{2}(4i-3) - \frac{k}{2}\right) \right] \right]$$
(19)

$$S(X,k) = \frac{-1}{k^2 \left( X - \frac{I_D}{AE_c} \right)} \left( 1 - k\sqrt{2} \left( X - \frac{1}{2} \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( 1 - \sqrt{2} \left( X - \frac{1}{2} \right)^2 \frac{k}{2n+1} \right) \frac{k^n}{FACT(2n)} + \left( X - \frac{1}{2} \right)^{2n} \prod_{i=1}^n \left( \sqrt{2} (4i-1) - \frac{k}{2} \right) \right] \right]$$
(20)

## **EXPRESSIONS DES FACTEURS DE LA MATRICE** ADMITTANCE INTRINSEQUE

Le MESFET est équivalent à un quadripôle (Fig.2) caractérisé par la matrice admittance  $Y_{ij}$  définie par:

$$\begin{pmatrix} i_G(\omega) \\ i(L,\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ & \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_G(\omega) \\ \varepsilon(L,\omega) + V_G(\omega) \end{pmatrix}$$
(21)

avec :

$$V_D(\omega) = \varepsilon(L, \omega) + V_G(\omega) \tag{22}$$

où  $V_G(\omega)$  et  $V_D(\omega)$  sont les amplitudes des tensions variables appliquées à la grille et au drain. En tenant compte de la loi de conservation du courant:

$$i(0,\omega) - i(L,\omega) - i_G(\omega) = 0 \tag{23}$$

et des conditions aux limites suivantes:

$$\varepsilon(L,\omega) = \varepsilon(0,\omega)) = -V_G(\omega) \tag{24}$$

pour la première colonne,

et: 
$$\varepsilon(0,\omega) = V_G(\omega) = 0$$
 (25)

pour la deuxième colonne. L'égalité matricielle précédente devient:

$$\begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ & & \\ & & \\ & & (16) \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{i(0,\omega) - i(L,\omega)} & \underline{i(0,\omega) - i(L,\omega)} \\ \hline V_G(\omega) & \overline{\varepsilon(L,\omega)} \\ \\ \underline{i(L,\omega)} & \underline{i(L,\omega)} \\ \hline V_G(\omega) & \overline{\varepsilon(L,\omega)} \end{pmatrix}$$
(26)



Figure 2: Circuit équivalent en petits signaux du MESFET intrinsèque.

En tenant compte des expressions de  $i(L, \omega)$ ,  $i(0, \omega)$  et de  $\varepsilon(L, \omega)$  on obtient les paramètres  $Y_{ij}$  normalisés suivants:

$$Y'_{ij} = \frac{L}{A} Y_{ij}$$

$$(27)$$

$$Y'_{ij} = \left( y'_{ij} + y'_{ij} + y'_{ij} \right)$$

$$Y_{11} = -(Y_{12} + Y_{21} + Y_{22}) + \frac{P(X_0, k)S(X_L, k) - Q(X_0, k)R(X_L, k)}{D(X_0, X_L, k)} 2J(X_0, X_L)$$
(28)

$$Y_{12}^{'} = -Y_{22}^{'} + \frac{G(X_{0},k)}{G(X_{L},k)} \\ * \left[ \frac{P(X_{0},k)S(X_{0},k) - Q(X_{0},k)R(X_{0},k)}{D(X_{0},X_{L},k)} \right] 2J(X_{0},X_{L})$$
(29)

$$Y_{21}^{'} = -Y_{22}^{'} + \frac{G(X_L, k)}{G(X_0, k)} \\ * \left[ \frac{P(X_L, k)S(X_L, k) - Q(X_L, k)R(X_L, k)}{D(X_0, X_L, k)} \right] 2J(X_0, X_L)$$
(30)

$$Y_{22}' = \frac{S(X_0, k)P(X_L, k) - R(X_0, k)Q(X_L, k)}{D(X_0, X_L, k)} 2J(X_0, X_L)$$
(31)

avec:

$$J(X_0, X_L) = \frac{g(X_0, X_L)}{1 - \frac{2V_p}{LE_c} f(X_0, X_L)}$$
(32)

$$D(X, X_L, k) = R(X_L, k)S(X_0, k) - S(X_L, k)R(X_0, k)$$
(33)

et:

$$g(X_0, X_L) = X_L^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}X_L\right) - X_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}X_0\right)$$
(34)

$$f(X_0, X_L) = X_L \left( 1 - \frac{X_L}{2} \right) - X_0 \left( 1 - \frac{X_0}{2} \right)$$
(35)

 $X_0$  et  $X_L$ : valeurs de la variable réduite à la source et au drain.

## SIMULATION EN REGIME HYPERFREQUENCE

Le logiciel de simulation que nous avons élaboré [5], CAOMESFET, nous permet de fournir les valeurs de la matrice admittance  $Y_{ij}$  du transistor en fonction des conditions de polarisation et de la fréquence.

Les résultats obtenus sur deux types de transistors à grille longue et à grille courte dont les paramètres sont regroupés dans le tableau 1, sont présentés sur la figure 3, pour des fréquences de 1 à 10 GHz.

	MESFET 1	MESFET 2
L	4 µm	1 µm
Z	350 µm	800 µm
а	0.5 μm	0.2µm
N <sub>D</sub>	1.5 10 <sup>16</sup> cm <sup>-3</sup>	$2 \ 10^{17} \mathrm{cm}^{-3}$
VT	-1 V	-4.6 V
R <sub>G</sub>	3Ω	20 Ω
Rs	7 Ω	1.2 Ω
R <sub>D</sub>	7 Ω	1.2 Ω

<u>**Tableau 1**</u>: Paramètres des transistors MESFET GaAs utilisés dans la simulation.

Nous remarquons que les parties imaginaires évoluent comme la fréquence alors que les parties réelles sont constantes aux basses fréquences pour les paramètres  $Y_{21}$  $Y_{22}$  et évoluent comme le carré de la fréquence pour les paramètres  $Y_{11}$  et  $Y_{12}$ .

Aux très basses fréquences, il y a un problème de convergence du logiciel dû probablement aux phénomènes de résonance et à l'action des fréquences de coupure propre aux paramètres intrinsèques.

#### PERFORMANCES HYPERFREQUENCES

A partir de la détermination des paramètres  $Y_{ij}$  d'un composant MESFET GaAs, il est possible de déterminer ses performances en régime dynamique de hautes fréquences.

Aussi, les caractéristiques essentielles pour la conception d'un circuit amplificateur sont d'une part le coefficient de stabilité et d'autre part le gain en puissance maximum ou le gain unilatéral suivant que le composant est stable ou instable.

## Facteur de stabilité

Ce facteur a été établi par Linvill et Rollet [6] et dépend des facteurs de la matrice  $S_{ij}$  du composant:

$$K = \frac{1 + |D|^2 - |S_{11}| - |S_{22}|^2}{2|S_{12}S_{21}|}$$
(36)

avec:

$$D = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} \tag{37}$$



Figure 3: Variation des paramètres admittances en fonction de la fréquence.

(a) Transistor à grille longue  $L=4\mu m$ . (b) Transistor à grille courte  $L=1\mu m$ .

où  $S_{ij}$  sont les paramètres d'onde du composant et sont déterminés à partir des paramètres admittances  $Y_{ij}$  comme suit:

$$S_{11} = (1 - Y_{11})(Y_{22} - 1) - Y_{12}.Y_{21}$$

$$S_{12} = -2Y_{12}/b$$

$$S_{21} = -2Y_{21}/b$$

$$S_{22} = (1 + Y_{11})(1 - Y_{22}) + (Y_{12}Y_{21})/b$$

$$b = (1 + Y_{11})(1 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}$$

Ce facteur permet de déterminer la stabilité inconditionnelle de n'importe quel circuit utilisant ce composant. Si K est inférieur à l'unité, le circuit est instable, dans le cas contraire le circuit est inconditionnellement stable quelles que soient les impédances de source et de drain.

## Gain en puissance

On peut calculer le gain en puissance maximum (MAG) quand il y a adaptation d'impédance à l'entrée et à la sortie du système:

$$MAG = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| \left( K \pm \sqrt{K^2 - 1} \right)$$
(38)

où l'on utilise le signe + lorsque la relation suivante est vérifiée:

$$1 + |S_{11}| - |S_{22}|^2 - |D|^2 < 0$$
(39)

Lorsque K est inférieur à l'unité, le transistor est instable et on définit alors deux gains:

• Le gain maximum en puissance, (MSG) relatif à un dispositif constitué par la mise en parallèle du transistor et d'un quadripôle extérieur tel qu'à toute fréquence le facteur du Linvill K soit égal à l'unité pour les admittances composées:

$$MSG = \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| \tag{40}$$

• Le gain unilatéralisé maximum qui est le gain en puissance du quadripôle, composé par la mise en parallèle du transistor et d'un quadripôle extérieur passif tel que, d'une part, le quadripôle équivalent à l'ensemble ait un terme de réaction interne nul et que, d'autre part, il y ait adaptation d'impédance entre la sortie du quadripôle équivalant et la charge:

$$MUG = \frac{\left(\frac{S_{21}}{S_{12}} - 1\right)^2}{2\left(\left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right| - Re\left|\frac{S_{21}}{S_{12}}\right|\right)}$$
(41)

## Simulation numérique

Nous avons calculé, grâce au logiciel CAOMESFET et au modèle du MESFET développé précédemment [5,7] le coefficient K de Linvill et les gains MAG, MSG et MUG. Un exemple de simulation du coefficient de Linvill est représenté sur la figure 4. On constate que la transition entre le régime stable et instable se produit pour une fréquence de 3 GHz dans le cas de transistors à grille longue, et 7 GHz dans le cas du transistor à grille courte.



figure 4: Comparaison théorie (-) / expérience (.) du coefficient de stabilité. (a) grille longue, (b) grille courte.

Les résultats de la simulation nous montrent que les gains MAG et MUG chutent à 20 db par décade et 10 db par décade pour le gain MSG (Fig. 5). Ces résultats concordent avec ceux d'autres auteurs qui ont utilisé des logiciels tels que SPICE ou IMAG [8,9].

#### CONCLUSION

Dans cette partie de l'étude, nous nous sommes intéressés à l'étude du transistor MESFET GaAs en régime dynamique petits signaux.

Nous avons développé une méthodologie d'étude à partir de la détermination des paramètres admittance  $Y_{ij}$  du composant pour aboutir aux performances du transistor, en régime d'amplification de puissance.

Les gains en puissance et le coefficient de stabilité de Linvill ont été obtenus en fonction de la fréquence, pour divers types de transistors à grille longue et à grille courte.



**Figure 5:** Comparaison théorie (-) / expérience (.) des gains en puissance. (a) grille longue, (b) grille courte.

### REFERENCES

- [1]- Lungli C., Barton T.M., Miles R.E., "Avalanche breackdown and surface deep level trap effect in GaAs MESFET's", *IEEE Trans. on Elect. Devices*, 40, 4, (1993).
- [2]- Lo S.H., Le C.P., "Numerical analysis of the looping effect GaAs MESFET's", *IEEE Trans. on Elect. Devices*, 39, 2 (1992).
- [3]- Boudouh, "Etude des propriétés hyperfréquences du MESFET GaAs", thèse de Magister, Univ. Constantine (1999).
- [4]- Rodriguez Tellez J. et al., *IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 41, N°3, March (1994).
- [5]- Benbouza M.S., Thèse de Magister, Univ. de Constantine (1994).
- [6]- Linvill J.G., Gibbons J.F., Transistors and Active Circuits, Mc. Graw Hiel New-York, (1961), pp. 209-263.
- [7]- Kenzai C. et al., Revue URSMA, Université de Constantine (1995-1996).
- [8]- Law L. et al., IEEE Transaction on Microwave Theory and Technics, Vol. M.T.T. 34, N°12, December (1986).
- [9]- Weitzez C.E. et al., IEEE Electron Devices Letters, Vol. 16, N°10, October (1995).