

ANALYSE DE LA REPONSE DYNAMIQUE D'UNE FONDATION POSEE SUR UN SOL NON HOMOGENE

Reçu le 05/10/2006 – Accepté le 10/05/2008

Résumé

Cet article étudie la transmission au sol des vibrations provenant d'une fondation rigide pesante, posée sur un sol viscoélastique non homogène limité par un substratum, et soumise à une sollicitation verticale. L'influence de la non homogénéité du sol ayant un module de cisaillement variable avec la profondeur sur l'amplitude des déplacements y est particulièrement analysée.

Mots clés : *Fondation, sol, non homogène, chargement, harmonique, déplacement*

Abstract

This paper investigates the vibration transmission to the soil generated by a mass rigid foundation posed on viscous-elastic soil overlaying bedrock. The foundation is subjected to vertical harmonic forces. This work presents the effects of the non homogenous soil modulus on the amplitude motions transmitted to the soil.

Keywords : *Foundation, ground, no homogeneous, loading, displacement.*

F. MERIBOUT

A. BOUMEKIK

Laboratoires de structures et
mécanique des sols

Département de Génie Civil
Faculté des Sciences de l'Ingénieur -
Université Mentouri Constantine -
Algérie

ملخص

يهتم هذا المقال بدراسة انتقال الذبذبات الناتجة عن أساس جاسئ ذات وزن و موضوعة فوق سطح تربة مرنة-لزجة غير متجانسة و محدودة بطبقة صخرية, و معرضة لحمل شاقولي. تم تحليل تأثير عدم تجانس التربة ذات معامل مرونة متغير بدلالة العمق.

الكلمات المفتاحية : *أساس، سطح، عدم، تجانس، حمل*

La transmission au sol des vibrations d'une fondation soumise à des sollicitations dynamiques est non seulement un problème de propagation d'ondes régies par les équations de l'élasto dynamique mais aussi un problème d'interaction sol structure avec des conditions aux frontières mixtes (compatibilité des déplacements avec la répartition des contraintes sous la fondation et contrainte nulle en dehors). Le développement des méthodes de calcul numérique (éléments finis, Différences finies) permet de calculer, pour des sols stratifiés, les impédances des fondations superficielles, enterrées ou profondes. La détermination de la réponse du sol revient à résoudre le problème de propagation d'ondes élastiques dans un espace élastique semi infini.

Le présent travail consiste en la détermination des modes de vibrations harmoniques d'une fondation rigide à partir d'un code de calcul numérique basé sur l'utilisation combinée de la Méthode des Eléments Finis (Couches Minces) et de la Méthode des Eléments frontières, le profil de sol considéré est non homogène.

1. EQUATIONS DE BASE DU MODELE DISCRETISE

1.1. Principe de discrétisation du modèle de calcul

La fondation rigide est placée à la surface d'un sol viscoélastique, limité à sa base par un substratum, celle ci étant soumise à un chargement harmonique vertical $P_{0z}(t)$. La discrétisation en Eléments Finis ou Méthode des Couches Minces consiste à considérer que chaque couche du sol est subdivisée en un certain nombre de sous-couches d'épaisseur relativement petites, afin de pouvoir supposer sans erreurs appréciables que les déplacements varient linéairement d'une sous-couche à l'autre. De même, la discrétisation en Eléments frontières suppose que l'interface sol-fondation est subdivisée en N éléments disque de rayon assez faible par rapport aux dimensions de la fondation, telle qu'une distribution uniforme de tensions puisse être supposée sans erreurs appréciables. Ceci permet de transformer les équations intégrales régissant le mouvement en un système d'équations linéaires facile à résoudre.

1.1.1. Rigidité dynamique de la fondation

La relation entre les forces extérieures appliquées à la fondation et les déplacements résultants s'exprime par :

$$\{P\} = [K] \{D\} \quad (1)$$

$\{P\} = \{P_z\}^T$ est le vecteur des forces extérieures de dimension (3x1)

$\{D\} : \{D_z\}^T$ est le vecteur de déplacements de la fondation

$[K]$ représente la rigidité dynamique ou impédance de la fondation qui est une grandeur complexe. Elle est évaluée à partir de la relation matricielle :

$$[K] = [R]^T [Fs]^{-1} [R] \quad (2)$$

$Fs = \{G_{ij}\}$: la matrice de flexibilité complexe d'ordre (N x N) dont les éléments $G_{ij}=G_{ji}$ sont les fonctions de Green calculées sur l'élément i dû à des forces unités appliquées à l'élément j suivant la direction verticales. N étant le nombre total des éléments.

$[R] = [1,1,\dots,1]$, est une matrice géométrique d'ordre (N)

Flexibilité dynamique de la fondation

Les déplacements de la fondation ou mode de vibration peuvent être obtenus par :

$$\{D\} = [F] \{P\} \quad (3)$$

Où : $[F] = [K]^{-1}$ représente la flexibilité dynamique de la fondation.

1.2. Calcul des vibrations harmoniques verticales de la fondation:

On a considéré dans cette étude une fondation pesante, placée à la surface d'un sol limité ou non par un substratum et sollicitée par une charge verticale harmonique $P_{0z}(t) = P_{0z}e^{i\omega t}$ (figure 1).

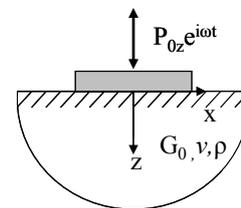


Figure 1 : Schéma de principe de la fondation sous charge verticale

L'expression de l'amplitude du déplacement vertical recherché est donnée par la relation régissant le comportement viscoélastique linéaire de Kelvin-Voigt [6] :

$$W_0 = \frac{P_{0z}}{\sqrt{(K - m \omega^2)^2 + (C \omega)^2}} \quad (4)$$

Avec :

m : masse totale vibrante

K : rigidité dynamique

C : coefficient du piston

ω : pulsation d'excitation

P_{0z} : amplitude de la force d'excitation verticale

La détermination de l'amplitude maximale de la fondation exige la connaissance préalable des valeurs des paramètres caractérisant le mouvement (rigidité

dynamique, coefficient d'amortissement, masse du système). Le calcul des rigidités dynamiques ou fonctions impédances de la fondation qui sont dépendantes de la fréquence d'excitation est directement effectué à partir d'un calcul automatique. Ce sont des fonctions complexes liées à la fréquence d'excitation.

$$K_{ij}^d = K_{ij}^s (K'_{ij} + ia_0 C'_{ij}) \quad (5)$$

Où K'_{ij} et C'_{ij} sont des coefficients sans dimensions donnés en fonction de la fréquence adimensionnelle.

K_{ij}^s est l'impédance statique correspondante.

a_0 est la fréquence adimensionnelle défini comme suit:

$$a_0 = \frac{\omega r}{V_s} \quad (6)$$

Avec V_s : la vitesse de l'onde de cisaillement, r représente le rayon de la fondation circulaire. Dans le cas d'une fondation rectangulaire $B_x B_y$ on tiendra compte de la surface circulaire équivalente donnée par Novak et Beredugo [9] : $\pi^2 = B_x B_y$, s'agissant d'un mode de translation vertical ou horizontal. Par analogie a un système à un degré de liberté ; le coefficient de rigidité est donné par :

$$K_{ij}^d = K'_{ij} K_{ij}^s$$

et le coefficient d'amortissement est donné par :

$$C_{ij}^d = \frac{a_0 C'_{ij}}{\omega} K_{ij}^s$$

2. NON HOMOGENEITE DU SOL :

Le modèle de sol considéré est un sol linéaire élastique avec une masse spécifique bien déterminée et un module de cisaillement variant avec la profondeur des différents couches indiquant ainsi la non homogénéité du milieu (sol)

$$G(z) = G_0 + (G_\infty - G_0)(1 - e^{-\alpha z}) \quad (7)$$

avec :

$z = 0$ à l'interface sol-fondation.

G_0 : module de cisaillement à la surface de contact avec la fondation

G : module de cisaillement à une profondeur infinie

α : constante de dimension inverse à celle de l'épaisseur tenant compte du gradient de non homogénéité.

Le premier paramètre, considérée comme un paramètre de base (primordiale) est représenté par le degré de la non homogénéité ($[-]_0$) avec :

$$[-]_0 = 1 - \frac{G_\infty}{G_0} \quad (8)$$

Soit :

$$0 < [-]_0 \leq 1$$

un autre paramètre a été introduit dans l'étude de VRETOS [11] sous le nom du gradient de la non homogénéité adimensionnel ($\bar{\alpha}$) :

$$\bar{\alpha} = \frac{B_x \alpha}{2} \quad (9)$$

$B_x / 2$: Demi-largeur de la fondation.

3. ANALYSE NUMERIQUE :

Dans cette partie de l'étude on caractérise l'effet favorable ou défavorable, sur la réponse de la fondation des différents paramètres. Les résultats seront présentés sous forme adimensionnelle pour différents cas de fondations, ils seront illustrés sur des figures montrant la variation de l'amplitude du déplacement vertical en fonction la fréquence adimensionnelle a_0 . L'amplitude de la force d'excitation harmonique verticale ($P_{0z} e^{i\omega t}$) sera prise unitaire ($P_{0z} = 1$).

3.1. Définition des paramètres d'étude

Les paramètres qui ont été utilisés dans l'étude de la fondation sont les suivants, sont représentés sur la figure 2 :

Caractéristiques de la fondation :

$L = \frac{B_y}{B_x}$: élancement horizontal de la fondation

$\frac{1}{h} = \frac{Ht}{B_y}$: épaisseur relative du substratum

$b = \frac{M}{\rho B_y^2 B_x}$: rapport de masse

($\beta=0.05$) : Amortissement interne du sol

Caractéristiques du sol :

Masse volumique: $\rho = 1.875 \text{ t/m}^3$

Module de cisaillement : $G_0 = 235000 \text{ KN/m}^2$

Coefficient de poisson : $\nu = 0.3$

3.2. Effet De La Non Homogénéité Du Sol

Dans cette étude, On procédera à une variation du paramètre de non homogénéité selon deux cas : $[-]_0 = 0$ et $[-]_0 = 0.5$

La fondation considérée par l'étude est pesante, posée directement sur la surface du sol, et sollicitée verticalement par une charge harmonique d'amplitude constante $P_{0z}=1$ ou variable $P_{0z}=m\omega^2=1 \omega^2$.

On adoptera un rapport de masse :

$$b = \frac{4 M}{\rho B_x B_y} = 10$$

Tout en faisant varier la fréquence d'excitation (ω) ; les déplacements verticaux sont calculés au centre de l'interface sol-fondation au niveau de la couche supérieure, avec un gradient de non homogénéité adimensionnel ($\bar{\alpha}$) nul.

3.2.1. Détermination de la rigidité dynamique et de l'amortissement

La détermination de la rigidité dynamique est donné par : $K_{ij}^d = K_{ij}^s K_{ij}^s$ ($ij = zz$) (10)

et l'amortissement par : $C_{zz} = \rho \hat{V} A C'_{zz}$ (11)

Où : $A = B_x \cdot B_y$

$$\hat{V} = \frac{V_{s0}}{1 - \nu}$$

V_{s0} : vitesse de d'onde de cisaillement

Les rigidités statiques sont calculées pour différentes formes de la fondation en fonction des facteurs de non homogénéité ($[-]_0$ et $\bar{\alpha}$).

$\frac{K_z}{G_0 B_x}$: est la rigidité statique dans la direction du déplacement vertical sous sa forme adimensionnelle.

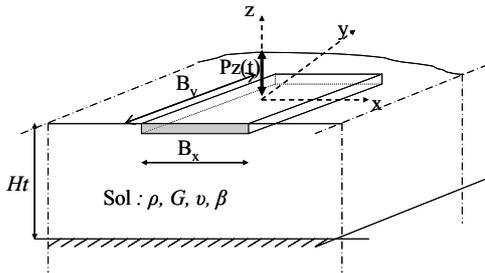


Figure 2 : Paramètres d'analyses du système sol- fondation

On considère deux cas de longueurs relatives

$$L = \frac{B_y}{B_x}$$

avec ($L_1 = 2$ et $L_2 = 4$)

Les coefficients de rigidités et d'amortissements sont donnés par les courbes (figures 3 et 4) selon que le sol est homogène ou non.

3.2.2. Calcul de l'amplitude du déplacement vertical

Afin de caractériser l'effet de non homogénéité sur l'amplitude des déplacements verticaux, le calcul sera fait pour le même type de sol en tenant compte de son facteur de non homogénéité $[-]_0 = 0.5$, puis dans le cas classique où il est considéré homogène $[-]_0 = 0$, par variation des caractéristiques dimensionnelles de la fondation ($L=2$, et $L=4$).

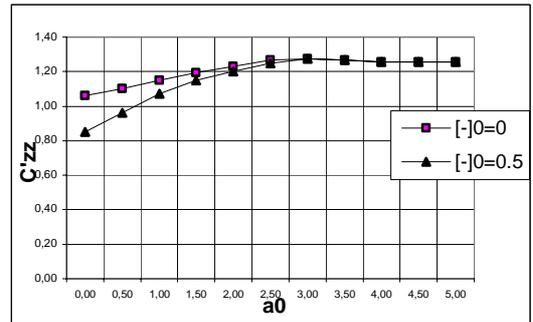
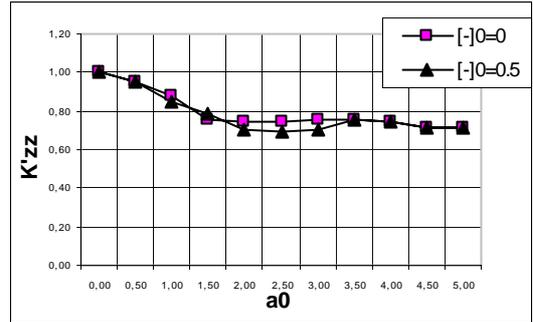


Figure 3 : variation de la rigidité dynamique et amortissement en fonction de la fréquence adimensionnelle (fondation 1 : L = 2)

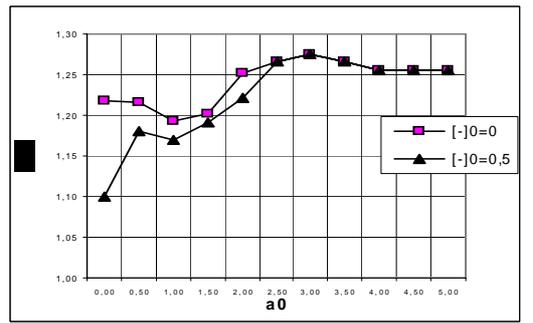
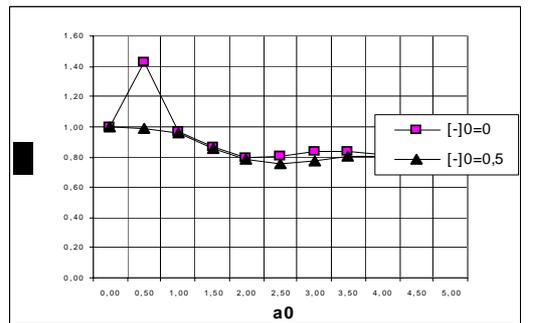


Figure 4 : variation de la rigidité dynamique et amortissement en fonction de la fréquence adimensionnelle (fondation 1 : L = 4)

- Deux cas de sollicitations seront pris en compte :
- Déplacement vertical d'une fondation pesante reposant sur un demi-espace dû à une force excitatrice supposée constante ($P_{0z} = 1$)
 - Déplacement vertical d'une fondation pesante reposant sur un demi-espace dû à une force excitatrice supposée variable $P_{0z} = \omega^2$



Figure 5 (a) : Déplacement vertical d'une fonction rectangulaire dans un sol semi-infini homogène ou non du a une charge verticale harmonique d'amplitude constante

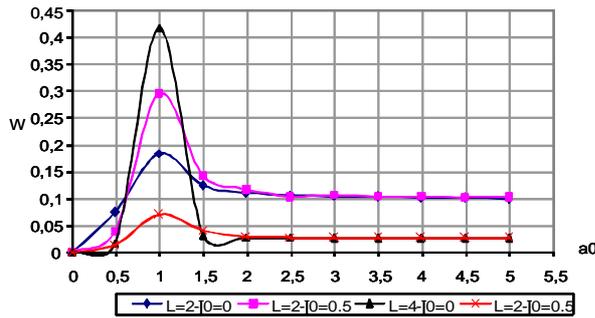


Figure 5 (b) : Déplacement vertical d'une fonction rectangulaire dans un sol semi-infini homogène ou non du a une charge verticale harmonique d'amplitude variable

Les résultats sont reportés sur la figure 5-a pour les deux types de fondations excitées par une force d'amplitude constante et la figure 5-b pour les fondations excitées par une force d'amplitude variable. L'analyse des résultats ci-dessus nous montre l'allure identique des courbes pour les différentes longueurs de fondations posées sur un sol homogène ou non. On constate au niveau des moyennes fréquences que les déplacements ont tendance à augmenter jusqu'à une valeur maximale puis diminuent au niveau des grandes fréquences jusqu'à atténuation, ce qui s'explique par le fait qu'à ce niveau les rigidités diminuent et l'amortissement du système augmente. De même, on remarque le même effet sur les déplacements pour les deux types de fondations dans le cas où le sol est considéré non homogène, et principalement au niveau de la fréquence de résonance (décalage entre les courbes, tout en gardant les mêmes grandeurs). De plus, Les courbes montrent que les déplacements sont d'autant plus importants que les longueurs des fondations sont faibles.

3.3. Effet du gradient de la non homogénéité $\bar{\alpha}$:

On adoptera un rapport de masse $b=10$, tout en faisant varier la fréquence d'excitation (ω) ; les déplacements verticaux sont calculés au centre de l'interface sol fondation au niveau de la couche

supérieure. La fondation est de forme carrée $B_y/B_x = 1$ avec ($B_x = B_y = 1$), et pesante $b = 10$. Le sol est non homogène avec $[\gamma]_0 = 0.5$, et le coefficient de Poisson $\nu = 0.3$. Cette fondation rigide est posée directement sur le sol (un demi-espace) sollicitée par une charge verticale harmonique d'amplitude constante $P_0 z = 1$. On calculera les déplacements pour les différentes valeurs du gradient de la non homogénéité $\bar{\alpha}$ à savoir : $\bar{\alpha} = [0, 0.5, 1, 1.5]$

3.4. Détermination de la rigidité dynamique et de l'amortissement :

Pour ces différentes valeurs de ($\bar{\alpha}$) on a une rigidité statique correspondante K_{zz}^s :

$\bar{\alpha} = 0$	$K_{zz}^s = \frac{6.373}{G \circ B_x}$
$\bar{\alpha} = 0.5$	$K_{zz}^s = \frac{9.188}{G \circ B_x}$
$\bar{\alpha} = 1.0$	$K_{zz}^s = \frac{10.115}{G \circ B_x}$
$\bar{\alpha} = 1.5$	$K_{zz}^s = \frac{10.636}{G \circ B_x}$

Ces rigidités seront utilisées pour le calcul de la rigidité dynamique et de l'amortissement :

$$K_{zz}^d \text{ et } C_{zz}^d$$

Pour la translation verticale VERTOS [11]* a adopté une vitesse fictive \hat{V} avec :

$$\hat{V} = \frac{V_{s0}}{1-\nu}$$

Soit :

$$\hat{V} = \frac{V_{s0}}{0.70}$$

Pour la rigidité dynamique :

$$K_{ij}^d = K_{ij}^s \cdot K_{ij}^s \quad (ij=zz)$$

Et pour l'amortissement :

$$C_{zz}^d = \rho \hat{V} A C_{zz}^s$$

$$A = b_x \cdot b_y = 1m^2$$

ρ : masse volumique du sol

3.4.1. Calcul de l'amplitude du déplacement vertical

On suppose que la fondation est excitée verticalement par une force d'amplitude constante, d'où on calcule des déplacements selon la formule de Berdugo [9], ces résultats sont illustrés sur la figure 6.

(W1z pour $\bar{\alpha} = 0$, W2z : $\bar{\alpha} = 0.5$, W3z : $\bar{\alpha} = 1.0$, W4z : $\bar{\alpha} = 1.5$)

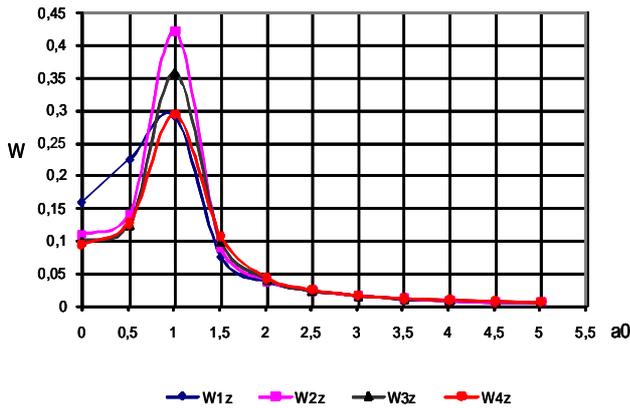


Figure 6 : Déplacement vertical d'une fondation carrée $b_x=b_y=1$ du a une charge verticale harmonique d'une amplitude constante dans un sol semi infini non homogène $[-] = 0,5, \nu=0,3$

L'analyse des différentes courbes de la figure (6) montre qu'au niveau des hautes fréquences, la non-homogénéité du sol n'affecte pas directement l'amplitude du déplacement, et les courbes vont adopter la même convergence pour les différentes valeurs de $\bar{\alpha}$ avec un déplacement un déplacement quasi identique de l'ordre de (0.005) jusqu'à une valeur nulle.

A basse fréquence le déplacement vertical \bar{W}_{0z} augmente en donnant naissance à des pics surtout pour la valeur de $\bar{\alpha} = 0.5$ et cela avec la même fréquence à la résonance $a_0 = 1.0$ et à chaque fois que, $\bar{\alpha}$ augmente le déplacement a tendance à diminuer comme pour le cas de ($\bar{\alpha} = 0$).

A partir de $a_0 \geq 3$ les amplitudes des déplacements sont faibles et l'influence du gradient de la non homogénéité devient insignifiante.

CONCLUSION

Dans cet article, il a été présenté les amplitudes de vibration verticales obtenues numériquement à partir d'un Programme de Calcul en langage Fortran. Ces résultats ont été présentés sur des courbes sous une forme adimensionnelle. L'analyse de ces courbes a permis de caractériser l'influence sur la réponse de la fondation des paramètres degré et gradient de non homogénéité.

Il a été observé particulièrement que dans les deux cas.

- L'allure identique des courbes pour les deux types de fondations posées sur un sol homogène ou non.
- De même, on constate qu'au niveau des moyennes fréquences que les déplacements ont tendance à

augmenter jusqu'à une valeur maximale pour chuter au niveau des grandes fréquences jusqu'à atténuation, ce qui s'explique par le fait qu'à ce niveau les rigidités diminuent et l'amortissement du système augmente.

En réalité, le sol est non homogène vu la diversité des couches qui le constitue, on recommande à cet effet, d'adopter cette approche basée sur une modélisation numérique permettant une évaluation plus précise des déplacements se produisant à l'interface sol/fondation pour les petites et moyennes fréquences d'excitation provenant des machines vibrantes.

REFERENCES

- Baranov V.A (1967) On the calculation of excited vibration of an embedded foundation. *Voprosy Dynamiki I prochnooti*, N°14, polytechnical Institut of Riga pp. 195,209.
- Boumekik A. (1985) Fonctions impédances d'une fondation vibrante en surface ou partiellement encastrée dans un sol multicouche. Thèse Doc. Univ. Libre de Bruxelles.
- Boumekik A, Nuyens J, Canstantopoulos I.C. (1986) Soil-structure effect on circular structure embedded in multilayered soil profile. *Proc. Int. Soc. For soil Mechanics and Foundation Engineering*. San Francisco.
- Bycroft G.N. (1980) Soil foundation interaction and differential ground motion. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 8,397-404.
- Chow Y.K. (1986) Simplified analysis of dynamic response of rigid foundations with arbitrary geometries. *Earthquake engineering and structural dynamics*, Vol. 14,643-653.
- Gazetas G. (1983) Analysis of machine foundation vibrations. State of art. *International journal of soil Dynamics and earthquake engineering* Vol2, N°1.
- Luco J.E. and Wesmann R.A. (1971) Dynamic response of circular footings. *Journal of engineering Mechanics Division ASCE*, 97, 1381-1395.
- Lysmer J. and Richart F.E. (1966) Dynamic response of footing to vertical loading. *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*. ASCE. Vol 92.
- Novak M. and Beredugo Y.O. (1972) Vertical vibration of embedded footings. *Journal of the soil Mechanics and Foundation Division* Vol. 98 N°SM12.
- Veletsos A.S. (1973) Vibration of viscoelastic foundations. *Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*
- Vrettos C. (1999) Vertical and rocking impedances. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 28, 1525-1540.
- Wolf J. (2001) Response of unbounded soil in scaled boundary finite-element method. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 31:15-32 (Dol: 10.1002/eqe.91).