

MODÉLISATION D'UN CAPTEUR DE PRESSION CAPACITIVE AU SILICIUM DE FORMES CARRÉE ET RECTANGULAIRE

Reçu le 26/01/2007 – Accepté le 21/06/2008

Résumé

Dans cet article, nous étudions la déflexion statique d'une membrane fine au silicium, parfaitement encastrée aux bords, de formes carrée et rectangulaire, soumise à une pression uniforme et constante, dans le cas de faibles perturbations. Nous utilisons la méthode de Galerkin avec des fonctions de bases trigonométriques pour l'obtention d'une solution précise de la déflexion $w(x, y)$. Cette solution est directement appliquée à un micro capteur de pression capacitif, et nous permet de mieux comprendre ces caractéristiques. La membrane de silicium et le substrat en pyrex ont été fabriqués séparément puis collés par soudure anodique. Après le processus de collage, la cavité hermétique est formée entre les deux couches. Du fait que la membrane est suffisamment mince, elle peut être déformée par la pression appliquée P , cette déflexion de la membrane $w(x, y)$ engendre une augmentation de la capacité $C(P)$.

Les valeurs typiques de la capacité sont de l'ordre de quelques Pico farads, avec une variation totale de moins d'un pico farad (1pF). L'analyse de la réponse nous permet de conclure que le capteur présente une haute sensibilité (S_p) à la pression appliquée, due à la variation relativement élevée de la capacité avec une linéarité sur un intervalle de pression de 0 à 6 bars. Une étude comparative nous a permis de déterminer les caractéristiques et les limites d'utilisation de ces dispositifs. Par ailleurs, les résultats de simulation montrent aussi, que la sensibilité à la pression dépend de la géométrie de la structure.

Mots clés : Capteur de pression capacitif, Déflexion, Membrane, Méthode de Galerkin, Silicium, sensibilité

Abstract

In this paper, we present a static response of circular, square and rectangular silicon membranes under uniform and constant pressure, in the case of weak perturbations. We use Galerkin method with trigonometrical basis functions to provide an accurate solution $w(x, y)$ for square and rectangular silicon membranes. However, for the circular membrane, we have an exact analytical solution in polar coordinates $w(r)$. The solutions are directly applicable to micro machined capacitive pressure sensors, and provide an understanding of some of its essential characteristics. A silicon membrane and a glass cover were processed separately and where then bonded anodically. After the bonding process, the sensing element was formed. A hermetically cavity is formed between them. Since the silicon membrane is thin enough to be bent by the applied pressure P , the displacement of the membrane $w(x, y)$ or $w(r)$ leads to a capacitance increase $C(P)$.

Typical capacitance values in integrated sensors are of the order of several Pico farads, and the total variation can be even less than 1pF. The sensitivity (S_p) is analysed and we have obtained a linear response over a pressure range from 0 to 6 bars. A comparative analysis has enabled us to determine the characteristics and the limits of these devices. The obtained results show that the capacitive sensors have high sensitivity due to the relatively large capacitance change. On the other hand, our results prove that the pressure sensitivity depends on the structure.

Keywords : machined capacitive pressure, displacement, membrane, Galerkin method, sensitivity

F. KERROUR,
F. HOBAR
Laboratoire de
Microsystèmes et
Instrumentation
Université Mentouri
Constantine – Algérie

ملخص

في هذا المقال، نقوم بدراسة الانحراف الساكن لغشاء رقيق من السيليسيوم، مدمج بإحكام على الحواف، بأشكال مربعة ومستطيلة، خاضع لضغط منتظم و ثابت، في حالة الاضطرابات الضعيفة. نستعمل طريقة "جاليركن Galerkin" بدوال أساسية مثلثية للحصول على حل دقيق للانحراف $w(x, y)$. هذا الحل طبق مباشرة على ميكرو لاقط ضغط سعوي، مما يسمح لنا بالفهم الجيد لمميزاته. غشاء السيليسيوم والطبقة السفلية الزجاجية المقاومة للنار صنعا منفردين ثم ألصقا باللحام المصعدي. بعد عملية اللصق، يتشكل التجويف المحكم السداد (المغلق) بين الطبقتين. نظرا لكون الغشاء رفيع بما فيه الكفاية، يمكنه أن يتشوه بالضغط المطبق P ، هذا الانحراف $w(x, y)$ يولد زيادة في السعة $C(P)$. القيم النموذجية للسعة هي من رتبة "بيكو فاراد"، مع تغير إجمالي أقل من 1 بيكو فاراد. تحليل الاستجابة سعوية $C(P)$ تسمح لنا بالاستنتاج أن اللاقط يبدي حساسية خطية عالية في مجال ضغط من 0 إلى 6 بار. دراسة مقارنة سمحت لنا بتعيين مميزات و حدود استعمال هذه المعدات. من جهة أخرى، نتائج المحاكاة تظهر كذلك بأن الحساسية للضغط $S_p(P)$ تتعلق بالشكل الهندسي للبنية.

الكلمات المفتاحية: لاقط ضغط سعوي، انحراف، غشاء، طريقة "جاليركن Galerkin"، سيليسيوم، حساسية.

Plusieurs domaines exigent l'utilisation des capteurs de pression avec des performances de plus en plus élevées. En général, l'alternative capacitive, comparée à celle piézorésistive, offre une plus haute sensibilité, une faible dérive thermique et une très faible consommation [1].

Les capteurs de pression capacitifs sont composés d'une membrane fine micro usinée au silicium collée à un substrat en Pyrex sur lequel une cavité est gravée [2].

Le principe du capteur de pression capacitif repose sur la variation de sa capacité en fonction de la pression appliquée. Il transforme les déformations élastiques de la membrane en un signal électrique.

L'analyse de la réponse des capteurs nécessite donc la détermination de la déflexion $w(x, y)$ en tout point de la membrane en fonction de la pression appliquée P .

Dans nos récentes études [3-5] nous avons établi une nouvelle expression analytique de la déflexion d'une membrane carrée et rectangulaire $w(x, y)$, parfaitement encadrée aux bords, soumise à une pression uniforme et constante, dans le cas des faibles déformations.

Nous avons montré que ce modèle est plus facile à mettre en œuvre et plus précis que le modèle polynomial cité dans la littérature [6-12]. L'expression obtenue de la déflexion de la membrane en tout point, nous permet de calculer la réponse $C(P)$ du capteur et d'en déduire sa sensibilité à la pression appliquée (S_p) pour différents types de membranes.

Dans la première partie de cet article, nous rappelons l'étude du comportement mécanique d'une membrane parfaitement encadrée aux bords, dans le cas de faibles perturbations, en déterminant l'expression de la déformation en fonction de la pression appliquée, pour différentes formes de membranes (carrée et rectangulaire).

La deuxième section est consacrée à la modélisation du capteur de pression capacitif et à la détermination des effets des paramètres d'influence sur ses performances, tels que la surface de la membrane "A", l'épaisseur de la membrane "h", le rapport de dimension "rd" et la distance inter électrode "d".

Dans la dernière partie, nous exposons les résultats obtenus et nous effectuons une étude comparative entre les différentes structures. Ce qui nous permettra d'évaluer les effets de chaque paramètre sur la réponse du capteur $C(P)$ et sur sa sensibilité (S_p) à la pression appliquée P .

1. MODELISATION DE LA MEMBRANE

La loi qui gouverne la déflexion d'une membrane fine, dans le cas des faibles perturbations, est régie par l'équation de Lagrange d'ordre 4.

La figure 1 représente une membrane de forme carrée (rectangulaire). C'est une micro structure orientée selon le plan cristallographique (110), collée sur un substrat d'orientation cristallographique (100) [13,14]. Ses dimensions sont la longueur "a" suivant l'axe ox, la largeur "b" suivant l'axe oy et la hauteur "h" suivant l'axe oz. Avec l'hypothèse des plaques minces, nous avons $h \ll a$ et $h \ll b$. Nous définissons le facteur de forme rd ($r_d = \frac{b}{a}$).

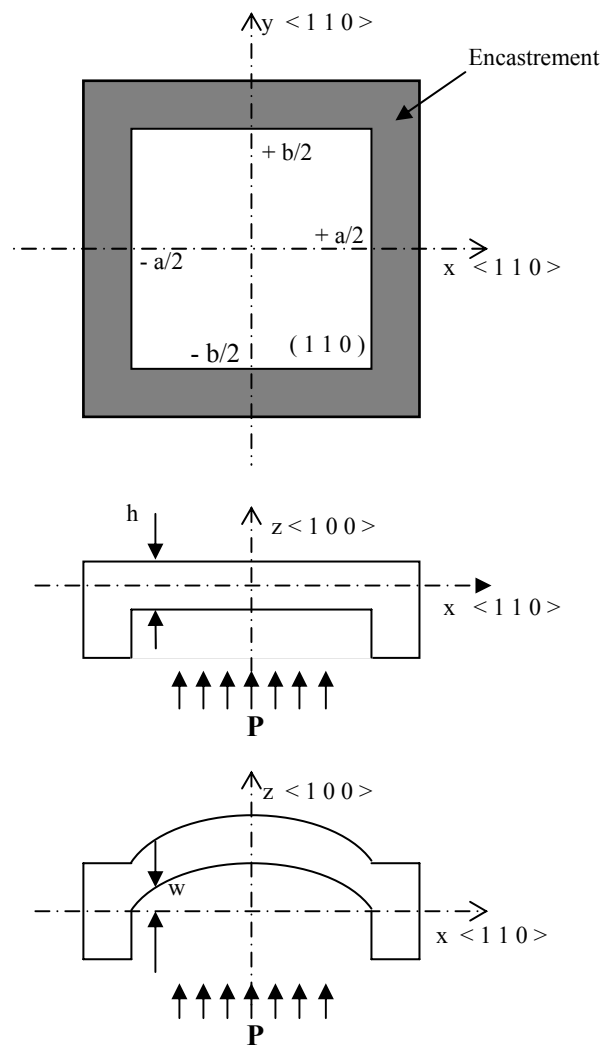


Figure 1 : Vue de dessus de la membrane

Conformément à la théorie des plaques élastiques minces et en tenant compte de l'anisotropie du silicium [12-16], le comportement de la membrane est décrit par l'équation différentielle (1) :

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2\alpha_{si} \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{P}{D} \quad (1)$$

Où $w(x, y)$ représente les faibles déflexions, telle que $w \ll h$ et P est la pression uniforme et constante appliquée. Avec α_{si} le coefficient d'anisotropie et D le coefficient de rigidité du silicium, qui sont définies par [17]:

$$\alpha_{si} = \nu + \frac{2G}{E}(1 - \nu^2) \quad (2)$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3)$$

Où ν est le coefficient de Poisson, E le module de Young et G le module de Coulomb.

Les conditions initiales imposées par l'encastrement aux bords de la membrane [15] sont:

$$w(x = \pm a, \forall y) = 0 \quad (4a)$$

$$w(\forall x, y = \pm b) = 0 \quad (4b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}(x = \pm a, \forall y) = 0 \quad (4c)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y}(\forall x, y = \pm b) = 0 \quad (4d)$$

La solution exacte de ce type de d'équation n'existe pas. Cependant plusieurs approches ont été proposées, en particulier, la méthode de Ritz et la méthode de Galerkin [6-12]. Nous avons choisi d'utiliser l'expression de la déflexion $w(x, y)$ obtenue par Kerrou et al [3-5] donnée par :

$$w(x, y) = w(rd) \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n k_{ij} \cos^2(P_i) \cos^2(Q_j) \quad (5)$$

Où i, j, n sont des nombres entiers et P_i, Q_j sont des constantes définies par :

$$P_i = \left(\frac{(2i+1)\pi}{a} \right) \quad (5a)$$

$$Q_j = \left(\frac{(2j+1)\pi}{b} \right) \quad (5b)$$

Les valeurs des coefficients k_{ij} sont regroupées dans le tableau 1, $w(rd)$ représente la déflexion maximale au centre de coordonnées $x = 0$ et $y = 0$ définie par [16]:

$$w(rd) = k(rd) \frac{PA^2}{16D} \quad (5c)$$

les valeurs de $k(rd)$ sont données dans le tableau 1.

En calculant la valeur de $w(rd)$ pour chaque valeur de rd , on peut affirmer qu'une membrane de forme rectangulaire fléchit moins qu'une membrane carrée, par conséquent le capteur rectangulaire est plus robuste.

Tableau 1 : Valeurs des coefficients réduits k_{ij} et de P_{max} pour différentes valeurs de rd .

	P_{max} [bar]	$k(r)$	k_{00}	k_{02}	k_{04}	K_{20}	K_{22}	k_{24}	k_{40}	K_{42}	k_{44}
rd=1	0.34	0.0224	1.00	0.0284	0.0038	0.0284	0.0123	0.0030	0.0038	0.0030	0.0016
Rd=2	0.65	0.0117	1.00	0.0143	0.0019	0.1662	0.0123	0.0018	0.0274	0.0081	0.0016
Rd=3	1.34	0.0057	1.00	0.0130	0.0017	0.4345	0.0123	0.0017	0.0107	0.0106	0.0016

Néanmoins la forme carrée présente de meilleures performances. A partir de l'équation (5) nous obtenons la déflexion $w(x, y)$ en tout point de la membrane.

2. MODELISATION DU CAPTEUR DE PRESSION CAPACITIF

Le schéma de principe d'un capteur de pression capacitive est représenté sur la figure 2. La membrane fine au silicium constitue l'armature mobile, tandis que l'armature fixe est la couche métallique déposée sur le substrat en Pyrex 7740.

Les deux électrodes, fabriquées séparément, ont été collées par soudure anodique. La pression appliquée P engendre une variation de la déflexion $w(x, y)$ qui à son tour fait croître la capacité $C(P)$. La valeur de la capacité au repos C_0 est donnée par [18]:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} \quad (6)$$

Où "A" est la surface de électrode fixe, "d" la distance inter électrodes et ϵ_0 la permittivité du vide et ϵ_r la permittivité de l'air et qui égale à 1.

A l'équilibre la capacité $C(P)$ est exprimée par [18]:

$$C(P) = \iint_A \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \partial A}{d - w(x, y, P)} \quad (7)$$

En substituant l'expression de la déflexion $w(x, y, P)$ dans l'équation (7) nous en déduisons la valeur de la capacité $C(P)$ en tout point du capteur. La sensibilité à la pression appliquée et la pression maximale P_{\max} sont parmi les caractéristiques essentielles pour définir les performances d'un capteur de pression capacitif.

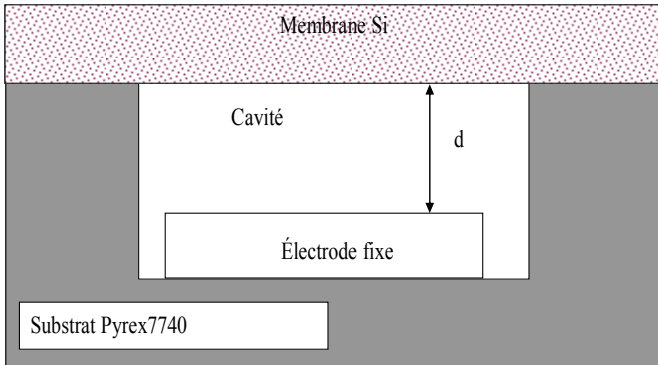


Figure 2 : Schéma de principe de la structure d'un capteur de pression capacitif.

En premier, nous définissons P_{\max} qui est la pression maximale que l'on peut appliquer sur la surface de la membrane, au-delà de cette valeur de pression le capteur est en court circuit, et ne peut détecter aucun signal.

A cet instant la déflexion de la membrane est maximale et elle est égale à la distance inter électrode "d". Son expression est donnée par [12] :

$$P_{\max} = \frac{16 Dd}{k(r_d) A^2} \quad (8)$$

Les valeurs de P_{\max} pour différentes valeurs de rd sont regroupées dans le tableau 1. Ce qui confirme la robustesse de la membrane rectangulaire. Quant à la sensibilité à la pression appliquée elle est définie par [19] :

$$S_p = \frac{1}{C_0} \frac{\partial C(P)}{\partial P} \quad (9)$$

En substituant les valeurs de la capacité calculées à partir de l'équation (7) dans l'équation (9) nous pouvons avoir une évaluation de la sensibilité des différents capteurs étudiés.

3. RESULTATS ET DISCUSSIONS

A partir de l'expression (5) nous avons tracé les courbes de variations de la déflexion normalisée

$[\frac{w(x)}{w_0}]$, paramétrée en y en fonction de la position axiale x . On peut constater que ces courbes sont en parfaite concordance avec ceux de la littérature [12] comme cela est montré en figures 3a et 3b.

La figure 3c représente quant à elle les variations de la déformation maximale au centre en fonction de la pression appliquée pour différentes formes de la membrane. On constate que c'est la membrane rectangulaire qui fléchit le moins.

La figure 4 représente les variations de la capacité en fonction de la pression appliquée P et on peut noter que l'allure de ces courbes est similaire à celle des résultats expérimentaux [19].

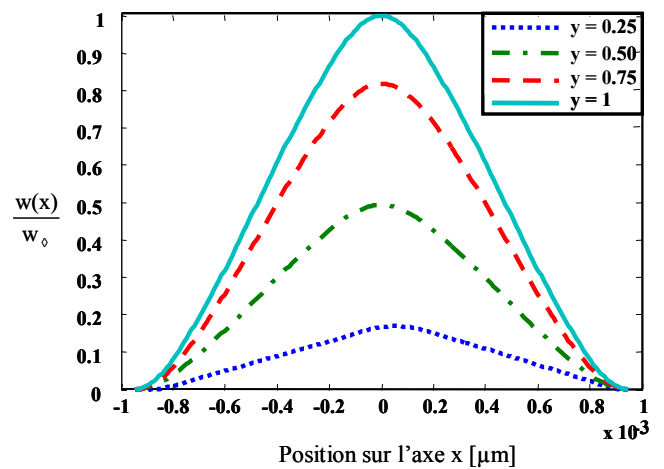


Figure 3a: Déflexion Normalisée $[\frac{w(x)}{w_0}]$ pour différentes valeurs de y en fonction de La position sur l'axe des x

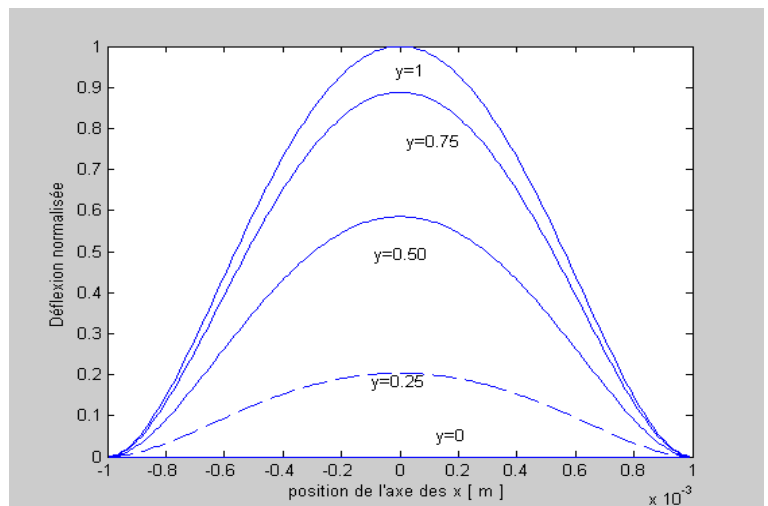


Figure 3b : Déflexion Normalisée $[\frac{w(x)}{w_0}]$ pour différentes valeurs de y en fonction de La position sur l'axe des x [18]

Cependant il y a une légère différence dans les valeurs qui est probablement due aux contraintes thermiques causées par le processus de la fabrication du dispositif.

Ce qui permet de valider notre modèle.

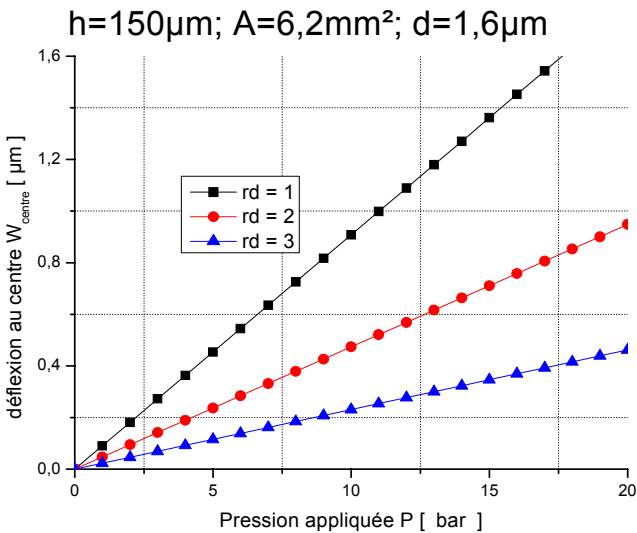


Figure 3c : Variation de la déflexion au centre $W_{\text{centre}}(x=0, y=0)$ en fonction de la pression appliquée P pour différentes valeur du facteur de forme rd

On remarque aussi que les courbes présentent une région de linéarité pour les faibles pressions dans l'intervalle de 0 à 6 bars. Par contre, pour les valeurs élevées de la pression cette allure peut être approchée par un polynôme du second degré.

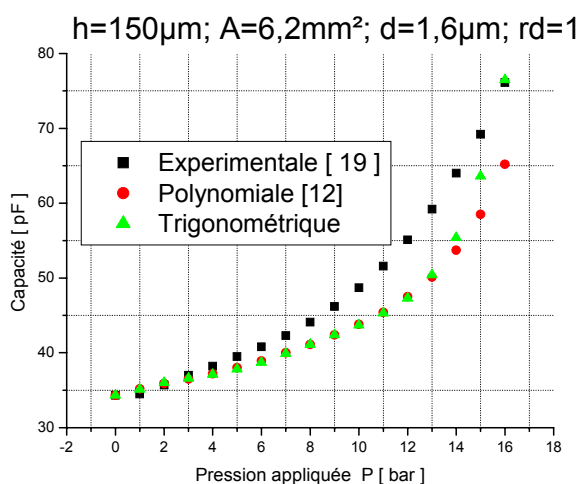


Figure 4 : Variation de la capacité $C(P)$ en fonction de la pression appliquée P .

Afin de déterminer les effets des différents paramètres d'influence tels que la surface, l'épaisseur

membrane, le facteur de forme rd , et l'épaisseur de la cavité, nous avons étudié la réponse capacitive ainsi que la sensibilité à la pression de ces différents cas possibles.

Il est nécessaire de noter que dans les trois derniers cas cités, nous assumons que la surface de la membrane "A" est la même.

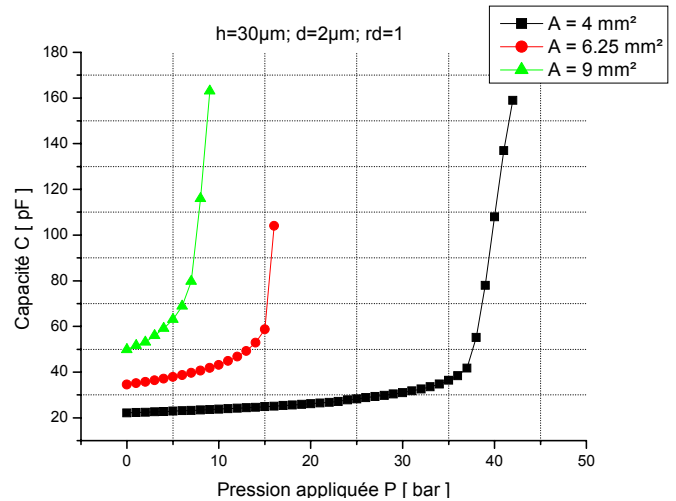


Figure 5a : Variation de la capacité en fonction de la pression appliquée d'une membrane de forme carrée pour différentes valeurs de "A".

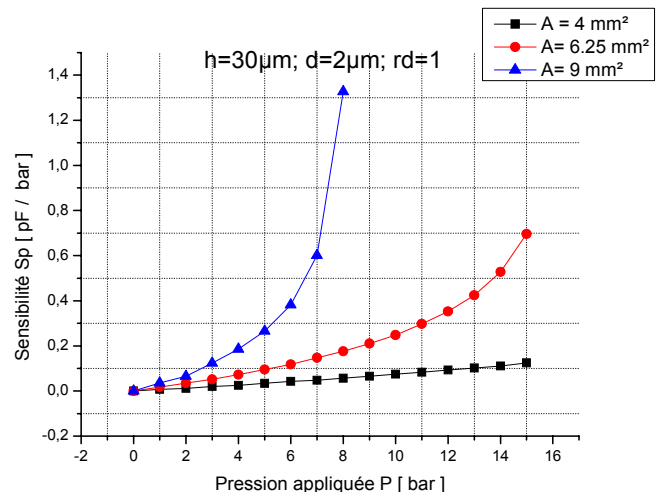


Figure 5b : Variation de la sensibilité S_p en fonction de la pression appliquée P d'une membrane de forme carrée pour différentes valeurs de "A".

Les figures 5b, 5c, 5d et 5e montrent que les résultats sont en bon accord avec la théorie, et qu'effectivement une augmentation de la capacité et de la sensibilité sont obtenues par la maximisation de la surface "A", ou la minimisation de la distance inter électrode "d" et de l'épaisseur de la membrane "h".

La figure 6 et 7 montrent l'influence du rapport de forme de la membrane "rd". A partir de ces résultats, nous pouvons conclure qu'une membrane carrée est plus appréciable qu'une membrane rectangulaire et que la sensibilité est inversement proportionnelle au facteur de forme de la membrane rd, alors que la zone linéaire de la courbe est proportionnelle à "rd". Cela nous permet de bien choisir les dispositifs appropriés en fonction de l'application souhaitée.

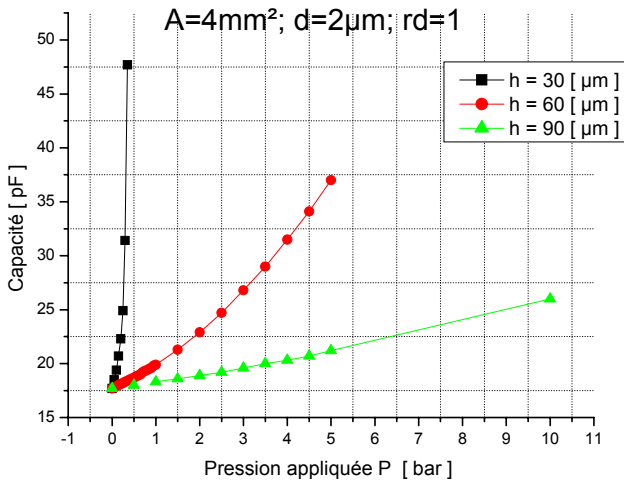


Figure 5c : Variation de la capacité C (P) en fonction de la pression appliquée P pour différentes valeurs "h"

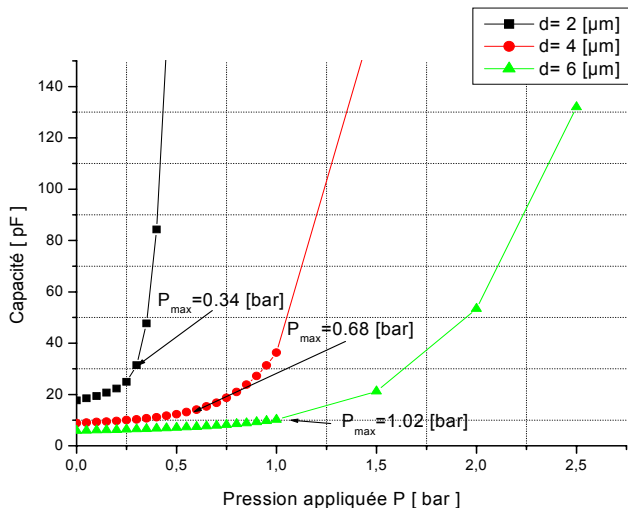


Figure 5d : Variation de la capacité C (P) en fonction de la pression appliquée P pour différentes valeurs "d".

Nous constatons que la pression maximale P_{max} est proportionnelle à l'épaisseur de la membrane "h" et à la distance "d".

Donc faire accroître "h" et "d" revient à augmenter P_{max} , alors la déflexion $w(x, y)$ devient plus importante, ce qui réduit considérablement la réponse capacitive ainsi que la sensibilité à la pression appliquée.

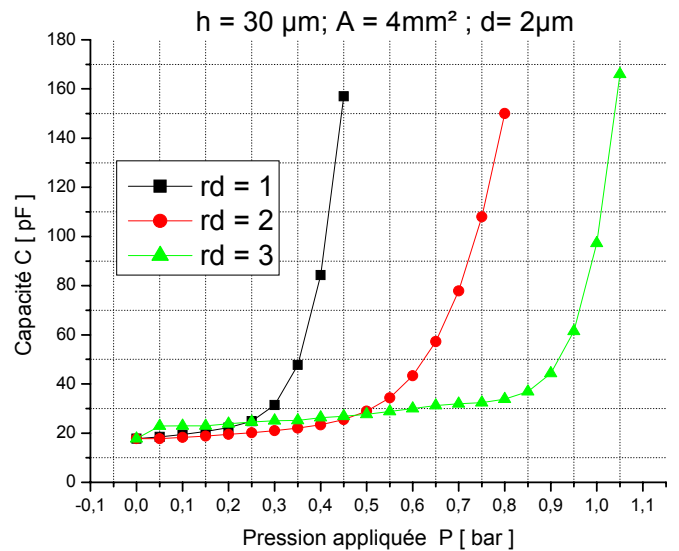


Figure 6 : Variation de la capacité C (P) en fonction de la pression appliquée P pour différentes valeurs de "rd"

Les valeurs optimales de P_{max} pour chaque forme de membrane sont regroupées dans le tableau 1. On peut aussi constater que la valeur de la pression maximale est plus importante pour la forme rectangulaire. Ainsi il en résulte l'obtention d'une large zone linéaire.

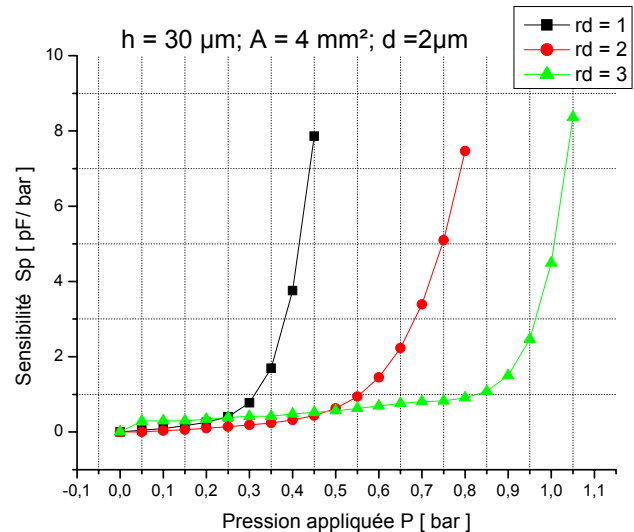


Figure7 : Variation de la sensibilité Sp à la pression en fonction de la pression appliquée P pour différentes valeurs de "rd". rd; a = 2mm; b = r*a; h=30µm d=2µm.

De ces résultats on peut conclure que pour avoir un capteur de pression capacitif de haute sensibilité il faut utiliser la forme carrée avec les valeurs optimales de la surface, de l'épaisseur de la membrane et une épaisseur adéquate de la distance inter électrode.

Bien entendu ces valeurs sont elles-mêmes conditionnées par les contraintes technologiques de fabrication.

CONCLUSION

Dans ce travail nous avons présenté une nouvelle méthode numérique pour la détermination de la déflexion d'une membrane fine au silicium $w(x, y)$.

Pour cela nous avons utilisé la méthode de Galerkin avec des fonctions de bases trigonométriques. Ce modèle est plus précis, facile à mettre en œuvre et avec un temps de calcul réduit.

La déflexion maximale au centre est plus importante dans le cas de la forme rectangulaire que pour la forme carrée. Afin de d'aider le concepteur dans le développement de la structure optimale pour une application de capteur donnée, plusieurs formes de dispositifs ont été analysées.

En premier lieu nous avons analysé l'influence de la forme de la membrane. Les résultats montrent que la forme rectangulaire permet d'avoir une zone linéaire large, ainsi qu'une valeur importante de la pression maximale P_{max} .

Cette largeur de zone linéaire est proportionnelle au facteur de forme, tandis que la sensibilité à la pression appliquée lui est inversement proportionnelle.

Pour concevoir des capteurs de pression capacitifs de haute sensibilité, il est nécessaire d'avoir une large surface de membrane "A" et une faible épaisseur de cavité "d".

Cependant ces deux paramètres sont eux mêmes limités par d'autres facteurs technologiques de fabrication. Parmi ces facteurs, on peut citer le dimensionnement du dispositif, sa précision et sa reproductibilité de fabrication.

Une comparaison des résultats simulés à ceux mesurés nous a permis de valider notre modèle dans une certaine gamme de valeurs de pression.

Néanmoins il y a une légère différence entre ces valeurs, qui est probablement due aux effets des contraintes thermiques engendrées par le processus de fabrication du dispositif.

REFERENCES

[1] R. Puers: « Capacitive sensors: who and how to use them » "Sensor and actuators A37-38 (1993) 93-105.
 [2] S.Mir:«Dispositifs et physiques des microsystèmes sur Silicium», Lavoisier, 2002 Hermès Sciences.

[3] F. Kerrou, F. Hobar : « Nouvelle approche pour la résolution de l'équation différentielle de Lagrange régissant la déformation d'une membrane fine au silicium». ISESC'05 June 19-21, 2005, Jijel University, Algeria, IEEE.
 [4] F. Kerrou F. Hobar: « A novel numerical approach for modelling of the square shaped silicon membrane». Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics, 2006.V9, N4.pp 52-57.
 [5] F.Kerrou and F.Hobar «A new numerical approach for modelling silicon piezoresistive sensors »" Revue de l'Université Mentouri Constantine Sciences & Technologie B décembre 2007 n°26 pp7-12.
 [6] D. Maier-Schneider, J. Maibach, and E. Obermeier. «A new Analytical solution for the load-deflection of square Membranes». Journal of Micro electromechanical systems 1995; (4): 238-241.
 [7] G. Blasquez, Y. Naciri, P. Blondel, N. Benmoussa and P. Pons, « Static response of miniature pressure sensors with square or rectangular diaphragm», Revue Phys appl. 22, (1987), pp 505-510
 [8] R. Steinmann, H. Friemann, C. Presher and R. Schellin « Mechanical behaviour of micro machined sensor membrane under uniform external pressure affected by in plane stresses using a Ritz method and Hermite polynomials ». Sensors And Actuators 1995; A48: 37-46.
 [9] H.E. Elgamel. « Closed form expressions for the relationships between stress, diaphragm deflection and resistance change with pressure in silicon piezoresistive pressure sensors ». Sensors and Actuators 1995; A50: 17-22.
 [10] D. Young, « Vibration of rectangular plates by the Ritz method ». Journal of Applied Mechanical: 1950; (17): 448.
 [11] R.A. Adey" « MICROSIM II: Simulation and design of Microsystems and microstructures », Computational Mechanics publications, (1998), pp156-166
 [12] B. Benmoussa, S.Bougima: « static response study of microelectronic capacitive pressure »" ISESC'05 June-19-21, 2005, Jijel University, Algeria, IEEE.
 [13] Y.L. Inden, L. Tenerz, J. Tiren and B. Hok. «Fabrication of three dimensional Silicon structure by means of doping selective etching ». Sensors And Actuators 1989; (16): p 67.
 [14] X.Y. Ye, J.H. Zhang, Z.Y. Zhou and Y. Yang « Measurement of Young's Modulus and Residual Stress of Micro membranes» Seven international Symposium on Micro Machine and Human Science" (1996) IEEE, pp 125-P.R.
 [15] S.P. Timochenko, S. Woinoiwsky-Krieger. « Theory of plates and shells » . Mc Graw-hill; 1982.

- [16] C. S. Sander, J.W. Knutti and J.D. Meindel. « A monolithic capacitive pressure sensor with pulse – period out put ». IEEE transaction on electron devices, 1980; ED 27 (5): 927.
- [17] J.J. Wortmans, R.A. Evans. «Young’s modulus, Shear modulus and Poisson’s ratio in Silicon and Germanium ».Journal of Applied Physics. 1965; 36 (1):153.
- [18] A.Ettouhami, N. Zahid, M. Elbelkacemi’ « A novel capacitive pressure structure with high sensitivity and quasi linear response »” C.R. Mécanique, 332 (2004) pp141-146.
- [19] P. Menini: «Faisabilité d’un capteur de pression capacitif miniature sur silicium»,thèse de doctorat de l’université Paul Sabatier de Toulouse : 1998 - Rapport LAAS N°98045.