

MODELISATION GNERIQUE DE DECOMPOSITION DES FORMES BASEE SUR LES PRIMITIVES ET ANT-PRIMITIVES GEOMETRIQUES

Reçu le 17/11/2007 – Accepté le 13/07/2009

Résumé

Dans ce papier nous présentons une nouvelle technique pour décomposer une image d'objet binaire en éléments géométriques définis (disques, ellipses, rectangles...) appelés primitives. La technique proposée fournit une description hiérarchique d'une forme binaire. La procédure de la reconstruction hiérarchique associée à cette décomposition permet de retrouver l'aspect général de l'objet contenu dans l'image ainsi que l'objet exact de départ en réalisant une reconstruction partielle ou complète.

Une formulation mathématique de cette procédure nous permet de montrer qu'une reconstruction exacte est possible. Les résultats des simulations réalisées montrent l'efficacité de la méthode ainsi que sa robustesse en présence du bruit.

Mots clés : Décomposition hiérarchique, primitives, descripteurs de forme, modélisation.

Abstract

Describing the shape of a region is a very important processing underlying various digital image processing, especially, pattern recognition and computer vision. Shape description is usually accomplished by a representation scheme that reduces a shape to a small number of shape descriptors, or the combination of set of shapes primitives. This paper presents a new technique for decomposing a binary shape into defined geometric elements (rectangles, disks, ellipses...) called primitives. The proposed technique provides a hierarchical description of a binary shape. Associated to the decomposition, a hierarchical reconstruction procedure enables to recover the general aspect of the object as well as its exact original shape.

A mathematical modeling of the procedure allows us to demonstrate that the reconstruction is exact. Simulation results show the efficiency of this technique and underline its stability against noise.

Keywords : Hierarchical decompostion, primitives, shape descriptors, mathematical modeling.

¹ A.B. GOUMEÏDANE

¹ M. KHAMADJA

² H.BENOIT-CATTIN

² C. ODET

¹ Laboratoire de Traitement du Signal
Faculté des Sciences de l'Ingénieur
Université Mentouri
Constantine – Algérie

² CREATIS, UMR CNRS #
5515, U 630 Inserm,
Université Claude Bernard
Lyon 1, INSA Lyon,
Villeurbanne - France

ملخص

وصف شكل المنطقة هو معالجة جد مهمة كامنة وراء مختلف تقنيات معالجة الصور الرقمية، وخاصة الاعتراف بالأشكال والرؤية بالكمبيوتر عادة ما يتم إنجاز وصف الشكل من قبل نظام تمثيل يقلص الشكل إلى عدد صغير من واصفات الشكل، أو تركيب من مجموعة من الأشكال الأولية وتعرض هذه الورقة تطبيق أسلوب جديد لتحليل شكل ثنائي إلى عناصر هندسية محددة (مستطيلات، والأقراص، اهليج...) تدعى أوليات الأسلوب المقترح يوفر وصفا هرمي لشكل ثنائي. هذا التحليل مقترن بإجراء إعادة بناء هرمي يتيح لاسترداد الجانب العام للجسم، فضلا عن الشكل الأصلي بدقة.

النموذج الرياضي المقترح لإجراء هذا التحليل يسمح لنا بإثبات أن إعادة التشكيل صحيح. نتائج المحاكاة تظهر كفاءة هذه التقنية، ونؤكد استقرارها ضد الضجيج

الكلمات المفتاحية : تحليل هرمي، أوليات، عناصر هندسية، نموذج رياضي

Décrire la forme d'une région d'image est un traitement très important sous-jacent à divers traitements d'images, spécialement dans la reconnaissance de forme et la vision par ordinateur. Dans ces applications, l'objectif principal de la description de formes est d'extraire des caractéristiques de formes pour décrire la région.

La description de la forme est d'habitude réalisée en adoptant une représentation minimale qui réduit la forme à un petit nombre de descripteurs de formes. Une autre alternative consiste en la représentation de la forme par un ensemble de primitives de formes et peut-être un ensemble d'opérateurs de connexion de primitives [1,2]. Dans ce cas, la stratégie de représentation est basée sur la décomposition de la forme, et ainsi, la région est décrite à l'aide de l'union de petits éléments appelés primitives. Si la taille de la primitive peut descendre à la taille d'un pixel, alors il est possible de décrire et puis reproduire exactement la région.

Jusqu'à nos jours, une multitude de méthodes de représentation de formes a été reportée dans la littérature. Elles peuvent être classées suivant plusieurs critères. Dans une étude réalisée dans [3], l'auteur a caractérisé les méthodes comme étant internes ou externes, pour distinguer entre celles qui examinent les points de frontières et celles qui s'intéressent aux points composant toute l'aire de la forme. Il les a aussi classées suivant leur capacité à préserver l'information ou pas, c'est-à-dire selon que la forme originale peut-être reconstruite avec précision à partir de la représentation ou pas. La dernière classification qu'il a proposée repose sur la nature du résultat produit par la représentation, car il peut-être numérique ou non numérique. D'une manière générale, quelque soit la stratégie mise en œuvre pour obtenir la représentation minimale, elle dépend fortement de l'application dans laquelle elle va intervenir.

Plusieurs descripteurs internes de formes ont été reportés dans la littérature. Un de ses schémas est la description axiale de régions binaires 2D [4]. La plupart de ces descriptions, appelé aussi squelettes, se basent sur; le calcul de la carte de distance et sa transformation en axe médian [5-7], le calcul analytique de l'axe médian [8] ou la morphologie mathématique [9,10]. Basées sur la morphologie mathématique qui est un traitement d'image fondée sur la forme, plusieurs descriptions morphologiques ont été proposées. Parmi ces descriptions la transformation morphologique en squelette (Morphological Skeleton Transform MST) [9] est une stratégie de décomposition utilisée dans plusieurs travaux.

L'autre schéma de décomposition populaire est la Décomposition de forme morphologique MSD (Morphological Shape Decomposition). Cette méthode décompose une forme en une union de disque inclus dans l'objet avec élimination des chevauchements entre disque de tailles différentes [15].

Il existe d'autres méthodes de décomposition basées sur le MST [11- 14] ou sur le MSD [17-21] où on accentue (emphazise) d'autres aspects de la description morphologique. Tous ces schémas de décomposition ont

une solide base mathématique et présentent l'avantage de la préservation de l'information ainsi que de la compacité. De plus, elles sont invariantes à la translation et à la rotation.

Toutefois leur grande sensibilité au bruit explique pourquoi dans plusieurs applications, la forme sous investigation doit être nettoyée des imperfections avec des filtres morphologiques afin de lisser les frontières et remplir les trous indésirables. Que se passe t-il si chaque pixel est important dans la forme, même si c'est une imperfection ou du bruit. Le nouveau schéma de décomposition développé dans [22] présente quelques similarités avec le MSD sans être basé sur la morphologie mathématique.

Les auteurs présentent une procédure générale pour décomposer une région binaire en primitives qui ne sont pas contraintes de rester à l'intérieur de la forme. Mais, bien que l'idée semble a priori intéressante, elle demeure assez confuse et soulève plusieurs questions.

Quel sens pourrait-on donner aux primitives et quelle est leur fonction de combinaison associée?

Que se passe t-il quand, dans un même niveau hiérarchique, des primitives de types différents se chevauchent?

Comment devrait se faire la combinaison de toutes les primitives pour reconstruire la forme originale ?

Comment devrait-on lier ces primitives pour construire une représentation structurée et quelle est la nature de cette structure ?

Par ailleurs, et outre toutes ces interrogations, aucune base mathématique n'a été définie pour conduire cette décomposition

Pour répondre a toutes ces questions et a celles liées aux inconvénients de la morphologie mathématique, nous proposons dans ce papier un nouveau concept et développons une nouvelle approche de décomposition, qui est contrairement aux approches basées sur la morphologie mathématique, robuste en présence de bruit.

Ce papier est organisé comme suit : Dans la section 2, nous développons la méthode que nous proposons. Dans la section 3 nous montrons les résultats préliminaires et nous les discutons. La section 4 est dédiée à la conclusion.

1. LA DECOMPOSITION DE FORMES EN PRIMITIVES ET ANTI-PRIMITIVES (PRIMITIVE AND ANTI-PRIMITIVE SHAPE DECOMPOSITION PAPSD)

1.1 Principe de la méthode

Le principe du PAPSD est décrit à partir d'un exemple : la figure 1 montre le premier niveau de récursion de la décomposition : une forme binaire (a) est approximée par sa première primitive ellipse (b), l'erreur qui en découle est donnée par (c).

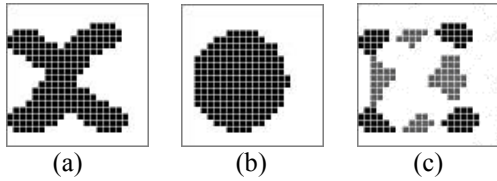


Figure 1 : Illustration du premier niveau de récursion de la décomposition d'une forme binaire (a) En primitive (b), et parties manquantes (en noir) et parties débordantes (en gris) (c).

Dans la prochaine étape, chaque composante de l'erreur est remplacée par une primitives équivalente, qui peut suivant le choix de cette primitive, hériter de certaines propriétés de la composante telles que l'aire, l'orientation... etc. Par la suite la différence entre la région initiale et celle obtenue par la combinaison de toutes les primitives calculées jusqu'à la fin de l'étape de décomposition en cours, est calculée.

Comme la primitive n'est pas contrainte à rester à l'intérieur de la composante qu'elle approxime, cette différence est constituée des parties de la combinaison des primitives qui débordent sur le fond, et des parties manquantes de l'objet. Ce processus est appliqué de manière récursive jusqu'à ce que la forme reconstruite soit égale à la forme d'origine. Pour accomplir les reconstructions R_i , nous donnons un sens aux primitives en considérant l'objet à décomposer ainsi que les différentes reconstructions comme de la matière logique. Ainsi les primitives positives apportent de la matière et les primitives négatives retirent. De cette manière, supprimer de la manière ou il n'y en pas et apporter de la matière là où il y en a déjà, ont un effet nul.

C'est pourquoi le débordement des primitives négatives sur le fond n'est pas pris en compte dans le calcul des la différence, et c'est aussi le cas pour le débordement des primitives positives sur la matière existante (reconstruction du niveau inférieur). Ce concept est utilisé pour définir les différents opérateurs développés plus bas.

1.2 Modélisation mathématique

Soit I une image binaire contenant la région à décomposer, et R_i l'image contenant la reconstruction de cette région au niveau i de la décomposition (figure 2).

Pour chaque pixel p de I on impose :

$I(p)=1$ (resp. $R_i(p)=1$) si p appartient a la région originale (resp. p appartient a la région reconstruite)

$I(p)=-1$ (resp. $R_i(p)=-1$) ailleurs

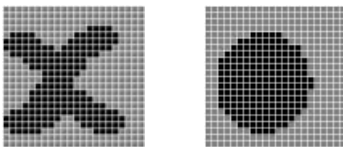


Figure 2 : la forme binaire originale (à gauche) et R_i pour $i=0$

Pour toutes les figures dans ce papier, la couleur grise correspond aux pixels appartenant au fond et ayant pour valeur -1, la couleur noire correspond aux pixels de l'objet et ayant pour valeur 1, et la couleur blanche correspond aux pixels ayant pour valeurs 0.

L'image d'erreur E_{i+1} est calculée pour le niveau de décomposition i comme suit :

$$E_{i+1} = I \ominus R_i. \quad (1)$$

L'opérateur n'est pas commutatif et fonctionne suivant le tableau 1

Tableau 1

$R_i \backslash I$	1	-1	1
1	0	1	1
-1	-1	0	0

En conséquence les pixels de l'image E_{i+1} prennent leurs valeurs dans $\{-1, 0, 1\}$. Par exemple la figure 3 représente l'image d'erreur E_{i+1} pour $i=0$.

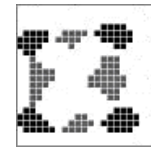


Figure 3 : Parties connexes d'erreur positives et négatives formant E_{i+1} $i=0$

Soit l'image E_{i+1} contenant K composantes connexes e_{i+1}^k ($k=1, \dots, K$). Ces composantes représentent la différence entre les deux images I et R_i . Un pixel p appartient a une composante connexe positive si $E_{i+1}(p)=1$ et a une composante connexe négative si $E_{i+1}(p)=-1$.

Une primitive b_{i+1}^k est calculée pour approximer la composante connexe e_{i+1}^k . Si E_{i+1} est composée de K composantes connexes alors K primitives seront calculées. Soit B_{i+1} l'ensemble des K primitives calculées à partir de E_{i+1} . Cet ensemble est divisé en deux sous ensembles B_{i+1}^+ constitué des primitives qui approximent les composantes connexes positives, et B_{i+1}^- celles qui approximes les composantes connexes négatives. Le fait de considérer séparément les primitives positives et négatives joue un rôle important puisque il rend la décomposition indépendante de l'ordre dans le quel les primitives sont combinées.

Chaque primitive b_{i+1}^k calculée analytiquement à partir de la composante connexe e_{i+1}^k , est générée dans une image de même taille que l'image originale I pour créer l'image de primitive $imab_{i+1}^k$ définie par:

$$\forall p \in b_{i+1}^k \quad imab_{i+1}^k(p)=1, \text{ ailleurs } imab_{i+1}^k(p)=0 \quad (2)$$

Soit $ImaB_{i+1}^+$ (Fig.4) le résultat de l'addition avec saturation a 1 (Eq.3a), de toutes les images $imab_{i+1}^k$ ($k=1, \dots, K$) tel que $b_{i+1}^k \in B_{i+1}^+$ et $ImaB_{i+1}^-$ (figure 4) le

résultat de l'addition avec saturation a 1 (Eq.3b) de toutes les images $imab_{i+1}^k$ tel que $b_{i+1}^k \in B_{i+1}^+$ ($k=1, \dots, K$).

$$ImaB_{i+1}^+ = \sum_{k=1}^K imab_{i+1}^k \text{ tel que :}$$

- i) $b_{i+1}^k \in B_{i+1}^+$
- ii) $\forall p, si ImaB_{i+1}^+(p) > 1, ImaB_{i+1}^+(p) = 1$

(3a)

$$ImaB_{i+1}^- = \sum_{k=1}^K imab_{i+1}^k \text{ tel que :}$$

- i) $b_{i+1}^k \in B_{i+1}^-$
- ii) $\forall p, si ImaB_{i+1}^-(p) > 1, ImaB_{i+1}^-(p) = 1$

(3b)

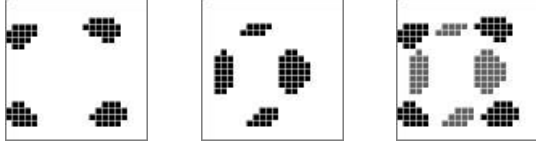


Figure 4 : $ImaB_{i+1}^+$, $ImaB_{i+1}^-$ et la combinaison des primitives de l'étape de décomposition en cours D_{i+1}

La combinaison des primitives du niveau en cours (figure 4) est réalisée dans l'image D_{i+1} par :

$$D_{i+1} = ImaB_{i+1}^+ - ImaB_{i+1}^- \quad (4)$$

Ainsi, D_{i+1} prends ses valeurs dans $\{-1, 0, 1\}$.

Cette manière de procéder pour le calcul de D_{i+1} ne favorise pas une nature de primitives par rapport aune autre.

Une fois D_{i+1} calculée, nous pouvons calculer R_{i+1} (figure 5) associé à ce niveau par :

$$R_{i+1} = R_i \oplus D_{i+1} \text{ with } R_{-1} = \{0\} \quad (5)$$

Où l'opérateur \oplus n'est pas commutatif et opère suivant la tableau 2

Tableau 2

R_i	-1	1
D_{i+1}	-1	-1
0	-1	1
1	1	1

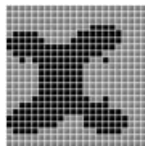


Figure 5 : R_{i+1} avec $i=1$;

Le but de l'équation 5 est de produire une image de reconstruction R_{i+1} qui est plus proche de I que ne l'est R_i , en rajoutant et en ôtant à R_i de la matière ($D_{i+1}(p) = 1$) et ($D_{i+1}(p) = -1$). Les modifications apportées à R_i afin d'obtenir R_{i+1} sont dictées par l'écart entre I et R_i calculé

dans E_{i+1} . Cependant cette opération ne faisant pas intervenir directement E_{i+1} mais plutôt une approximation de cette dernière par l'image D_{i+1} , ne va pas éliminer cet écart mais juste le réduire. Néanmoins comme R_{i+1} va être de plus en plus proche de I , au fil des niveaux de la décomposition, les erreurs que comprend E_{i+1} vont être de plus en plus petites, jusqu'à ce qu'elles disparaissent complètement. Ceci se produit rapidement quand le type des primitives choisi capte au mieux les caractéristiques des composantes connexes. Ainsi, une décomposition en disques produira moins de niveaux qu'une décomposition en carrés, mais plus qu'une décomposition en ellipses.

Manifestement, quand le niveau N (dernier niveau de décomposition) est atteint la décomposition prend fin

$$I = R_N \quad (6)$$

1.2.1 Algorithme du PAPSD

Soit R_{-1} une image de même taille que I définie comme fond uniquement par:

$$\forall p \in R_{-1}(p) = -1$$

Comme mentionné plus haut, la première image a calculer est E_0 en exploitant l'équation 1:

$$E_0 = I \ominus R_{-1} \quad (7)$$

Ce calcul est suivi du calcul de $R_0, D_0, E_1, R_1 \dots$ et ainsi de suite.

Initialization

$i=0$

$R_{i-1} = \{-1\}$

$E_i = I \ominus R_{i-1}$

Tant que $E_i \neq \{0\}$

Do

i) *Etiquetter les composantes de* E_i

ii) *Calculer les primitives équivalentes pour former* D_i

iii) *Calculer* R_i *par* $R_i = R_{i-1} \oplus D_i$

iv) $i=i+1$

v) $E_i = I \ominus R_{i-1}$

Fin tant que

1.2.2 Décomposition qui préserve l'information

Le *PAPSD* est un schéma de décomposition, qui préserve l'information. En effet, en combinant d'une manière spécifique toutes les primitives issues du premier jusqu'au dernier niveau N de décomposition, on arrive a reconstruire avec une erreur égale à 0 l'image originale ($I=R_N$). Par ailleurs, nous démontrons plus bas que la reconstruction de l'image originale I peut-être réalisée seulement par la combinaison de toutes les primitives et sans passer par les images de reconstruction R_i .

Nous savons que d'après l'équation 5 :

$$R_N = R_{N-1} \oplus D_N \text{ and } R_{N-1} = R_{N-2} \oplus D_{N-1} \quad (8a)$$

Alors:

$$R_N = (R_{N-2} \oplus D_{N-1}) \oplus D_N \quad (8b)$$

Dans l'annexe nous démontrons que l'opérateur \oplus associatif c'est à dire:

$$(R_{N-2} \oplus D_{N-1}) \oplus D_N = R_{N-2} \oplus (D_{N-1} \oplus D_N) \quad (9)$$

Nous verrons aussi dans l'annexe, le résultat de l'expression $(D_{N-1} \oplus D_N)$. Par la suite, en faisant la même chose avec toutes les images de reconstruction \mathbf{R}_i à tous les niveaux de décomposition, nous trouvons que:

$$R_N = R_{-1} \oplus (D_0 \oplus D_1 \dots D_{N-1} \oplus D_N) \quad (10)$$

Et nous savons que pour le dernier niveau de décomposition N, $R_N=I$, ainsi :

$$I = R_{-1} \oplus (D_0 \oplus D_1 \dots D_{N-1} \oplus D_N) \quad (11)$$

L'équation 11 signifie que pour reconstruire exactement l'image I, nous avons juste à combiner les images de combinaison des primitives \mathbf{D}_i ($i=0, \dots, N$). Les images \mathbf{D}_i sont calculées avec les primitives du PAPS D comme vu dans § 2.2 et \mathbf{R}_{-1} est l'image de fond.

1.2.3. Invariance à la translation et à la rotation :

La stratégie du calcul des primitives implique quelques propriétés du PAPS D. La première est la décomposition en primitives et anti-primitives est invariante à la translation. De plus, si le choix des primitives prend en compte l'orientation des composantes connexes à approximer (telles que : rectangles orientés, ellipses...) alors, le résultat de la décomposition d'une forme A et celui de la même forme à la quelle une rotation de θ a été appliquée, sera sensiblement la même en terme en nombre tailles des primitives. Seules les orientations α_i et les locations o_i changent. Les nouvelles orientations α'_i sont égales aux premières orientations auxquelles est ajouté l'angle de rotation θ i.e $\alpha'_i = \alpha_i + \theta$. Les nouvelles locations o'_i ($i=0, 1, \dots, P$ où P est le nombre totale des primitives) sont calculées comme suit :

Soit o_0 le centre de la première primitive calculée et en même temps le centre de la forme à décomposer qui reste inchangée, pour la forme qui a subit une rotation, et o_i ($i=0, 1, \dots, P$) les locations des primitives de décomposition de la forme A. Les vecteurs $\overrightarrow{o_0 o'_i}$ sont obtenus en orientant les vecteurs $\overrightarrow{o_0 o_i}$ d'un angle θ .

Plus haut nous avons utilisé l'expression sensiblement la même en parlant des résultats de décomposition, pour souligner que les images sont discrètes, et que la réorientation d'une forme va impliquer des changements quoiqu'ils soient mineurs dans les détails fins.

1.3 Définition de la structure en graphe structure définie par la méthode du PAPS D

Dans le but de créer une représentation structurée à l'aide des primitives issues de cette décomposition, nous

définissons des liens entre les primitives de deux niveaux de décomposition consécutifs comme suit :

Soient la partie connexe e_i^k du niveau i appartenant à l'image \mathbf{E}_i et son approximation par la primitive b_i^k . La notion d'approximation implique l'apparition d'erreurs d'approximation dans le niveau supérieur de la décomposition. L'écart entre e_i^k et b_i^k va apparaître, suivant la configuration de l'image \mathbf{R}_i , dans l'image de différence \mathbf{E}_{i+1} et va se traduire par de nouvelles composantes connexes au niveau i+1.

Ainsi toutes les composantes connexes du niveau i+1 sont nées des écarts existants entre les composantes connexes e_i^k ($k=1, \dots, K$) et leurs primitives respectives b_i^k ($k=1, \dots, K$). D'autre part, les différences entre e_i^k et b_i^k se trouvent toujours dans l'aire délimitée par la superposition de e_i^k et b_i^k et ont donc pour origine ces deux éléments. Un lien Mere-filles peut-être déterminé, de la sorte, entre la primitive b_i^k et toutes les primitives équivalentes aux composantes connexes qui constituent la différence entre e_i^k et b_i^k .

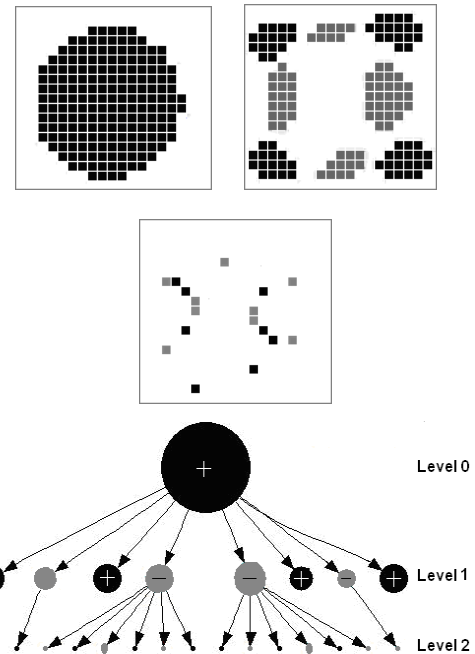


Figure 6 : Illustration of the result of the PAPS D of an example of a region and its corresponding structure.

Par ailleurs, il se pourrait que certaines erreurs que produisent une paire (composante connexe, primitive équivalente) (e_i^k, b_i^k) soient connexes à d'autres erreurs produites par une autre paire (e_i^m, b_i^m), si ces erreurs connexes sont de même nature (positive ou négative), elles seront assimilées, lors la procédure de labellisation des parties de \mathbf{E}_{i+1} , en une seule composante connexe et seront remplacées par une seule primitive dans le processus de décomposition. Cette primitive va avoir pour mère les deux primitives b_i^m et b_i^k . Ceci est aussi vrai quand les erreurs de même nature issues de plus de deux paires (composante connexe, primitive équivalente) sont connexes. Là, la

primitive qui approxime l'erreur globale composée des différentes erreurs partielles aura pour mères l'ensemble des primitives responsables ainsi que leurs composantes connexes des erreurs partielles. Ainsi pour calculer les primitives du niveau $i+1$ filles de la primitive b_i^k , il suffit de voir sur l'image des composantes connexes du niveau $i+1$, les composantes dont une partie ou la totalité est incluse dans la superposition de la composante du niveau inférieur e_i^k et sa primitive b_i^k .

La figure 6 illustre la totalité du processus PAPSD et la structure en graphe résultantes.

2. SIMULATION ET RESULTATS

Dans cette section, nous présentons quelques applications de notre technique de décomposition. En premier lieu, nous analysons la décomposition en primitives et anti-primitives associée à la primitive ellipse sur quatre images présentant certaines caractéristiques. Par la suite, nous étudions la stabilité de la décomposition PAPSD via les erreurs de reconstruction de chaque niveau. Finalement, nous testons le comportement du PAPSD en présence du bruit.

2.1. Exemples de la décomposition PAPSD

Nous avons choisi un ensemble de quatre images binaires de 32×32 pixels (figure 7), contenant quatre silhouettes aux formes différentes allant d'un forme simple (clé) avec une partie longiligne et deux concavités à la forme compliquée avec plusieurs concavités et quelques irrégularités (papillon) et des parties angulaires (lampe).



Figure 7 : Images tests.

Pour implémenter le PAPSD, le choix de la primitive s'est porté sur l'ellipse pour son habilité à caractériser l'élongation et l'orientation des formes. Pour calculer l'approximation d'une composante connexe en ellipse, nous avons utilisé la méthode décrite dans [23]. Les résultats de décomposition des quatre images sont illustrés plus bas.

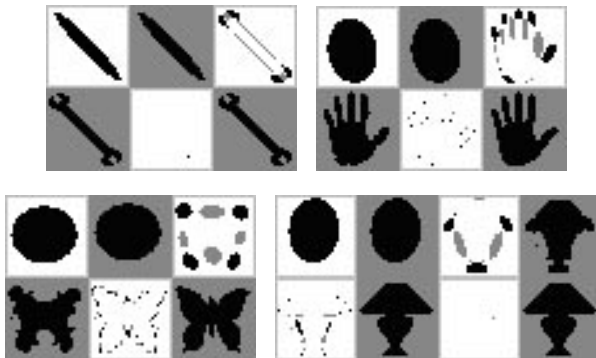


Figure 8 : Résultats de décomposition commençant pour chaque séquence par la première primitive de décomposition et allant jusqu'à la dernière image de reconstruction.

Les structures hiérarchiques correspondantes sont données par la figure 9.

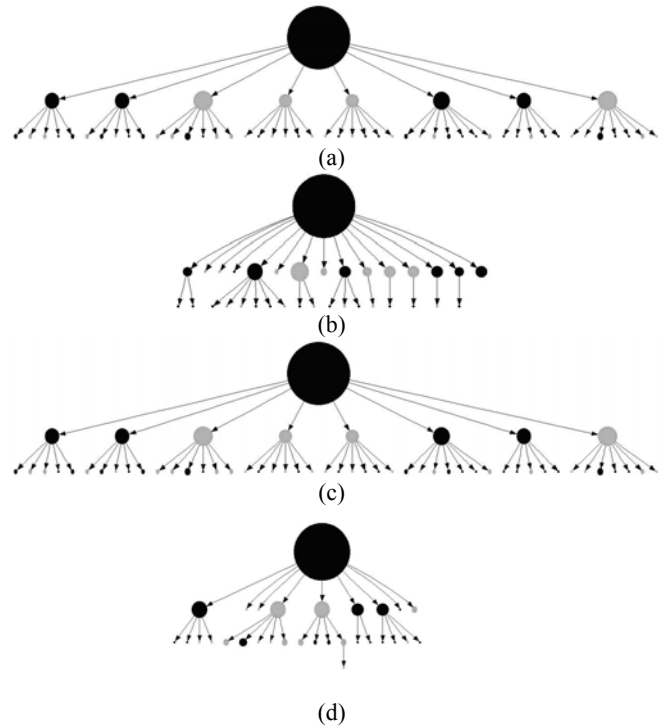


Figure 9 : Représentations structurées en graphes des (a) la clé, (b) la main, (c) le papillon et (d) la lampe.

En examinant les résultats de la décomposition en PAPSD, nous pouvons faire les remarques suivantes :

1. Du niveau de décomposition 0 (la première primitive de décomposition), nous obtenons déjà une idée globale quant à la forme telle que la localisation, l'aire et dans ce cas de primitives l'orientation et l'élongation.
2. Les deux premiers niveaux de la décomposition sont suffisants pour donner l'aspect-général de la forme (voir les images R_1). Ceci mène au fait que juste quelques primitives peuvent donner la silhouette de la forme. Ce résultat est très important et peut être exploité en reconnaissance de formes par exemple.
3. Seul un petit nombre d niveaux de décomposition est nécessaire pour venir a bout de la décomposition.
4. Quand les frontières de l'objet contiennent des aspects difficilement représentables, par les primitives choisis telle que les angles dans notre cas, alors la décomposition requière plus de niveaux pour être achevée. Ceci est du au fait que plus de récurssions sont nécessaires pour approximer ces aspects (voir le résultat de la décomposition de la lampe)
5. Si les frontières de l'objets a décomposer est constitué d'une alternance de concavités et de convexités et sont irrégulières are le PAPSD donne plus de primitives que dans le cas ou la forme a un des frontières lisses (voir le cas du PAPSD du papillon et de la main).
6. Plus la forme est compliqué plus le graphe l'est aussi (voir les graphes de la main du papillon et de la lampe).

2.2. Analyse des erreurs de reconstruction

La figure 10 montre l'évolution des erreurs de reconstruction (rapport du nombre de pixels d'erreur et du nombre total des pixels de la forme d'origine) avec les niveaux nécessaire à la décomposition.

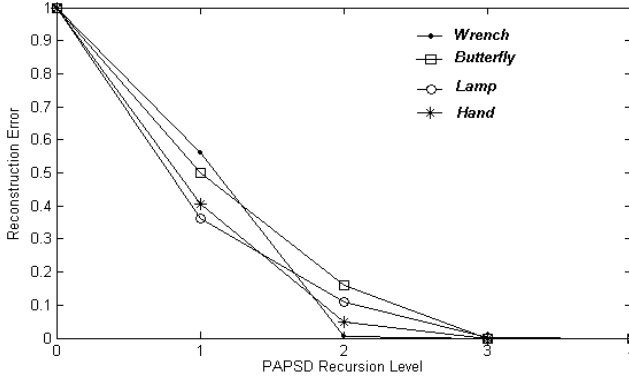


Figure 10 : Courbes représentant le comportement des erreurs l'évolution avec les niveaux de décomposition

Les courbes de la figure 10 montrent que les erreurs de reconstruction pour les quatre exemples décroissent rapidement et ne présentent pas de variations abruptes. Ceci indique que le PAPS est relativement stable et tend le long des niveaux de décomposition à apporter des approximations qui se rapprochent de plus en plus de la forme d'origine.

2.3. Robustesse en présence du bruit

Pour tester le comportement du PAPS face au bruit, deux pixels sont effacés de l'image de la main. Nous comparons le PAPS de cette nouvelle image avec celui de l'image de la main. Nous testons par la même une méthode de décomposition très connue (MSD) [15].



Figure 10 : Image de la main à laquelle deux pixels internes ont été supprimés zoomée

Le graphe du PAPS de la main bruitée est donné par la figure 12. En la comparant avec le PAPS de l'image de la main, nous constatons que les résultats sont très similaires. Il ya juste deux primitives négatives qui différencient les deux graphes.

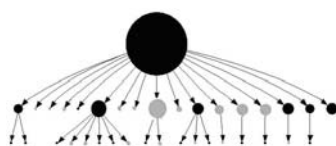


Figure 12 : Graphe de la main

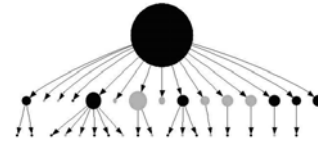


Figure 13 : Graphe de la main bruitée

On peut aussi constater que les pixels perdus ne modifient pas la primitive du premier niveau comme montré par la figure 14

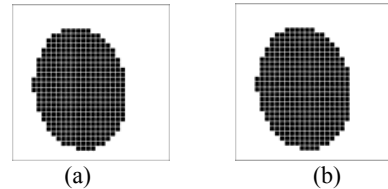


Figure 14 : Première primitive du PAPS de (a) la main, (b) la main bruitée

Quand c'est la méthode du MSD qui est appliquée, une importante différence se produit dès le premier niveau de décomposition (Figure 15), entre les résultats de la décomposition des deux images de la main (Figure 15).

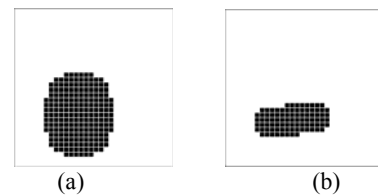


Figure 15 : Première primitive du MSD de (a) la main, (b) la main bruitée

La taille de l'ellipse maximale (ou l'élément structurant) diffère de manière drastique et en conséquence les niveaux suivant de décomposition seront très différents. Le même type de comportement est observé dans un cas pareil avec la méthode MST. Ces exemples montrent qu'une petite modification dans la forme implique des changements majeurs dans le résultat de décomposition des méthodes morphologiques et des changements mineurs quant aux résultats de notre décomposition. La robustesse en présence du bruit est une caractéristique très intéressante du PAPS.

CONCLUSION

Dans ce papier, nous présentons un nouveau schéma de décomposition associé à un formalisme mathématique précis. Cette décomposition appelée PAPS, est basée sur une description hiérarchique d'une forme en primitives en anti-primitives. Des exemples de décomposition de formes, exploitant une primitive elliptique, ont été présentés.

La décomposition PAPS est un schéma qui préserve l'information, qui permet la reconstruction intégrale de la forme à partir de sa version décomposée. Par ailleurs il présente la caractéristique d'être robuste en présence du bruit.

Cette décomposition paraît être très prometteuse, simple et très rapide et peut être exploitée dans plusieurs domaines du traitement d'image tels que la compression d'image ou la transmission. Les formes peuvent être partiellement ou complètement décrites, relativement aux nécessités de l'application, par la position, les caractéristiques et les niveaux hiérarchique des primitives. De plus la structure en graphe associé au PAPS donne une représentation structurée de la forme ce qui permet son utilisation dans le domaine de la reconnaissance des formes ou l'évaluation de la segmentation en régions.

REFERENCES

- [1] P.M Griffin and B.L. Deuermeyer, " A Methodology for pattern matching of complex objects" Pattern Recognition 23,245-254 (1990)
- [2] L.G Shapiro, R.S. MacDonald and S.R. Sternberg "Ordered structural shape matching with primitive extraction by mathematical morphology" Pattern Recognition 20 75-90 (1987)
- [3] T.Pavlidis , "Algorithms for shape analysis of contours and waveforms" IEEE Trans Pattern Analysis Match. Intell PAMI-2,301-312 (1980)
- [4] H. Blum and R.N Nagel, "Shape Description using weighted symmetric axis features" Pattern Recognition, 10 (1978) 167-180.
- [5] Rosenfeld, A., Pfaltz, J.L., "Sequential operations in digital picture processing", J. ACM 13 (4) (1966) 471-494.
- [6] Borgfors, G., "Centres of maximal disks in the 5-7-11 distance transform", In Proc. 8th Scandinavian Conf. on Image Analysis, Tromsø, Norway, (1993) 105-111.
- [7] E. Remy, E. Thiel, "Medial axis for chamfer distance : Computing Look-up tables and Neighbourhoods in 2D and 3D", Pattern Recognition Letters 23 (2002) pp 649-661.
- [8] R. L. Ogniewicz and O. Kubler, "Hierarchic voronoi skeleton", Pattern Recognition 28 (1995):3 343-359.
- [9] P.E. Trahanias, "Binary shape recognition using the morphological skeleton transform", Pattern Recognition, Vol.25 No. 11(1992) pp 1277-1288.
- [10] P.A. Margo, R.W. Shafer "Morphological Skeleton Representation and coding of Binary Images" IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing 34(5) (1986) 1228-1244.
- [11] J. Xu, "Morphological representation of 2D binary shapes using rectangular components", Pattern Recognition 34 (2001) 277-286.
- [12] J. Xu, "Morphological decomposition of 2-D binary shapes into simpler shape parts", Pattern Recognition Letters 17 (1996) 759-769.
- [13] T. Kimotoa, Y. Yasudab, "Shape description and representation by ellipsoids", Signal Processing: Image Communication 9 (1997) 275-290.
- [14] J. Xu, "A Generalized Discrete Morphological Skeleton Transform with Multiple Structuring Elements for the Extraction of Structural Shape Components", IEEE Trans. on Image Process., Vol. 12, No12, December 2003.
- [15] I. Pitas and A.N. Venetsanopoulos, "Morphological shape decomposition", IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. PAMI-12, No. 1, January 1990, pp. 38-45.
- [16] J.M. Reinhardt, W.E. Higgins, "Comparison between the morphological skeleton and morphological shape decomposition", IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 18 (9) (1996) 951-957.
- [17] D. Wang, V. Haese-Coat, J. Ronsin, "Shape decomposition and representation using recursive morphological operation", Pattern Recognition 28 (11) (1995) 1783-1792.
- [18] I. Pitas, AN. Venetsanopoulos, "Morphological shape representation", Pattern Recognition 25 (6) (1992) 555-565.
- [19] J.M. Reinhardt, W.E. Higgins, "Efficient morphological shape representation", IEEE Trans. Image Process. 5 (1) (1996) 89-101.
- [20] J. Xu, "Morphological decomposition of 2-D binary shapes into conditionally maximal convex polygons". Pattern Recognition 29 (7) (1996) 1075-1104.
- [21] J. Xu, "Hierarchical representation of 2-D shapes using convex polygons: a morphological approach", Pattern Recognition Lett. 18 (10) (1997) 1009-1017.
- [22] J. Curtona, N. Bonnet, J.M Jahm, "représentation d'objets binaires par des primitives et des anti-primitives", Revue internationale de CFAO et d'informatique graphique (2000) 15, pp 87-101.
- [23] Kieran F. Mulchrone, K. R. Choudhury, "Fitting an Ellipse to an arbitrary shape: Implication for strain analysis", Journal of structural Geology, 26(2004) 143-153.

Annexe

Dans cette annexe nous démontrons que:

$$(R_{i-2} \oplus D_{i-1}) \oplus D_i = R_{i-2} \oplus (D_{i-1} \oplus D_i) \quad (a1)$$

Comme nous l'avons vu dans §2.4.1 l'opération qui permet de combiner les primitives du niveau I avec l'image de reconstruction du niveau i-1 est donnée par :

$$R_i = R_{i-1} \oplus D_i$$

D'autre part en remplaçant R_{i-1} par ce qu'elle vaut on obtient:

$$R_i = (R_{i-2} \oplus D_{i-1}) \oplus D_i$$

On définit la nouvelle opération $D_{i-1} \oplus D_i$ sur les images D_{i-1} et D_i par la table 3:

Table 3: Table associée à l'opération $D_{i-1} \oplus D_i$.

A partir de cette table, pour $R_i = R_{i-1} \oplus D_i$ on déduit que:

$$R_i(p)=1 \Leftrightarrow [D_i(p)=1 \vee (R_{i-1}(p)=1 \wedge D_i(p)=0)]$$

et :

$$R_{i-1}(p)=1 \Leftrightarrow [D_{i-1}(p)=1 \vee (R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0)]$$

Alors:

$$R_i(p)=1 \Leftrightarrow [D_i(p)=1 \vee [D_{i-1}(p)=1 \vee (R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0)] \wedge D_i(p)=0]$$

$$R_i(p)=1 \Leftrightarrow (D_i(p)=1 \vee [(D_{i-1}(p)=1 \vee R_{i-2}(p)=1) \wedge (D_{i-1}(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=0) \wedge D_i(p)=0]).$$

$$R_i(p)=1 \Leftrightarrow [(D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=1 \vee R_{i-2}(p)=1) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=0 \vee D_{i-1}(p)=1) \wedge (D_i(p)=0 \vee D_i(p)=1)]. \quad (a2)$$

Maintenant nous examinons l'expression $R_{i-2} \oplus (D_{i-1} \oplus D_i)$

$$(R_{i-2} \oplus (D_{i-1} \oplus D_i))(p)=1 \Leftrightarrow [(D_{i-1} \oplus D_i)(p)=1 \vee (R_{i-2}(p)=1 \wedge (D_{i-1} \oplus D_i)(p)=0)]$$

Suivant la table 3 nous avons:

$$[(D_{i-1} \oplus D_i)(p)=1] \Leftrightarrow [D_i(p)=1 \vee (D_{i-1}(p)=1 \wedge D_i(p)=0)] \quad (a3)$$

Alors :

$$R_{i-2} \oplus (D_{i-1} \oplus D_i)(p)=1 \Leftrightarrow$$

$$[(D_i(p)=1 \vee (D_{i-1}(p)=1 \wedge D_i(p)=0)) \vee (R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0 \wedge D_i(p)=0)] \dots$$

(a4)

$$(a4) \Leftrightarrow [(D_i(p)=1 \vee (D_{i-1}(p)=1) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_i(p)=0)) \vee (R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0 \wedge D_i(p)=0)]$$

En développant nous trouvons :

$$(a4) \Leftrightarrow [[(R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0 \wedge D_i(p)=0) \vee$$

$$(D_i(p)=1 \vee D_i(p)=0)] \wedge [(R_{i-2}(p)=1 \wedge D_{i-1}(p)=0 \wedge D_i(p)=0) \vee (D_i(p)=1 \vee (D_{i-1}(p)=1))]]$$

En développant encore:

$$(a4) \Leftrightarrow [(D_i(p)=1 \vee D_i(p)=0 \vee R_{i-2}(p)=1) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_i(p)=0 \vee D_{i-1}(p)=0) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_i(p)=0 \vee D_i(p)=0) \wedge (D_i(p)=1 \vee (D_{i-1}(p)=1 \vee R_{i-2}(p)=1) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=0) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=1 \vee D_i(p)=0))]$$

En éliminant les termes redondants nous trouvons que :

$$(a4) \Leftrightarrow [(D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=1 \vee R_{i-2}(p)=1) \wedge (D_i(p)=1 \vee D_{i-1}(p)=0 \vee D_{i-1}(p)=1) \wedge (D_i(p)=0 \vee D_i(p)=1)]].$$

Et c'est la même expression que pour $R_i(p)=1$ (voir équation a2)

Cette démonstration nous permet d'écrire:

$$R_i = (R_{i-2} \oplus D_{i-1}) \oplus D_i = R_{i-2} \oplus (D_{i-1} \oplus D_i).$$