

## ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE LAMINAIRE DANS UN CANAL VERTICAL COMPORTANT UN ELARGISSEMENT BRUSQUE

Reçu le 30/04/2005 – Accepté le 05/07/2005

### Résumé

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique du phénomène de la convection naturelle laminaire dans un canal vertical présentant un élargissement brusque, dont les parois latérales sont soumises à une température constante, tandis que la paroi constituant l'élargissement brusque est considérée comme adiabatique. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie régissant le phénomène de la convection naturelle ont été discrétisées suivant la méthode des différences finies. Nous avons développé un code de calcul pour résoudre le système d'équations obtenues par cette discrétisation. Les résultats sont présentés sous formes des champs hydrodynamique et thermique pour différentes valeurs des nombres de Grashof, et différentes valeurs du seuil de l'élargissement brusque.

**Mots clés:** Convection naturelle/ Elargissement brusque/ Canal vertical

### Abstract

In this work we present a numerical study for natural laminar convection in a vertical channel presenting an abrupt widening, with isothermal lateral walls. The governing equations are solved by a numeric approach based on the finite differences method. We developed a code of calculation that permitted us to determine the complete structure of the out - flow of the fluid through the considered channel. The results are presented under stream function contours and isotherms, for different values of Grashof number, and different values of the width of the doorstep of the abrupt widening.

**Key words:** Natural convection / abrupt Widening / vertical Channel

N. BOULKROUNE<sup>1</sup>  
S. BOUDEBOUS<sup>2</sup>  
S. ZERMANE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Département de chimie industrielle, Université Mentouri Constantine. Algérie.

<sup>2</sup>Département de génie mécanique, Université Mentouri Constantine. Algérie.

Depuis les années cinquante de ce dernier siècle les écoulements dus à la convection naturelle à l'intérieur des canaux ouverts ou semi-ouverts ont constitué un domaine privilégié par de nombreux chercheurs et cela grâce au développement des moyens de calculs et des méthodes numériques. Parmi les travaux qui concernent directement notre sujet nous pouvons citer ceux de : H.Bekhouche, et al [1] qui se sont intéressés à l'étude des effets de l'inclinaison et du nombre de Prandtl sur la convection mixte laminaire bidimensionnelle dans une conduite inclinée avec un élargissement brusque. Les équations ont été résolues par la méthode des volumes finis. Les effets de l'inclinaison et de nombre de Prandtl sur les distributions des vitesses, de température, dans la zone de recirculation ainsi que le nombre de Nusselt ont été rapportés.

O.Kholai, et al [2] ont présenté une étude sur la convection thermique mixte laminaire bidimensionnelle dans une conduite verticale avec un élargissement. Des distributions de vitesse et de température ainsi que le nombre de Nusselt et des coefficients de frottement sont présentés pour des larges domaines des paramètres d'écoulement et de température. Leurs résultats se comparent bien avec celles de B.F.Armaly et al [3].

Par ailleurs R.K.Engel et W.K.Muller [4] ont étudié la convection naturelle laminaire dans des conduites verticales, ils ont utilisé la méthode intégral de Von Karman et Pohlhausen pour résoudre les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie pour des nombres de Grashof élevés et pour différentes conditions d'entrée et aux limites.

J.Quintière et W.K.Muller [5] ont présenté une étude analytique approximative de la convection naturelle dans une conduite verticale, les résultats de ce travail incluent des modèles de la température, de la vitesse et de la chute de pression.

J.R.Dyer [6] a présenté une étude théorique et expérimentale de l'écoulement laminaire en convection naturelle dans des conduites verticales chauffées. Les conduites ont une section droite circulaire, leurs extrémités sont ouvertes et leur surface interne dissipe uniformément la chaleur. Les champs de vitesse et de température ainsi que la relation entre les nombres de Nusselt et de Rayleigh sont obtenus par la résolution des équations fondamentales à l'aide d'une technique numérique de pas à pas.

C.J.Chag et al [7] Ont étudié théoriquement le rôle du transfert de chaleur latente en connexion avec la vaporisation d'un film mince sur la surface intérieure d'un tube, en convection naturelle conduite par les effets combinés de forces d'Archimède dues à la diffusion de la chaleur et de la masse. Des résultats sont présentés pour un système air- eau sous des conditions différentes.

G.Pagliarini [8] présente une étude sur le transfert de chaleur en régime permanent laminaire dans la région d'entrée d'un tube avec diffusion axiale de chaleur et de quantité de mouvement ou le développement simultané des profils de vitesse et de température est analysé. Le problème axisymétrique est posé sur la forme variationnelle par la méthode des éléments finis. Les résultats obtenus dans le cas des effets de diffusion axiale négligeables se comparent bien avec les solutions antérieures. Les résultats de l'écoulement isotherme sont présentés pour des nombres de Reynolds entre 1 et 1000. Les résultats de l'écoulement non isothermes sont présentés pour un nombre de Prandtl variant entre 0,1 et 100 et un nombre de Peclet entre 5 et 500, ils mettent en valeur l'effet de la diffusion axiale de quantité de mouvement et de chaleur sur la convection thermique.

P.Payvar [9] a étudié la convection naturelle dans une conduite parallélépipédique en considérant les caractéristiques du fluide constantes sauf la viscosité qui varie exponentiellement en fonction de la température.

S.Boudebous et al [10] ont étudié la convection naturelle laminaire dans un conduit hyperbolique creux, de révolution de la longueur finie et dont la paroi est soumise à une température constante, les équations régissant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finis. En l'absence des résultats numériques et expérimentaux relatifs à la géométrie considérée, ils ont comparée leurs résultats pour une conduite hyperbolique d'excentricité égale à 100 avec celle d'un cylindre.

Y.H.Hung et W.M.shiau [11] ont étudié la convection naturelle dans des plaques parallèles, le transfert thermique résulte de quatre mécanismes de transfert : pertes radiatives, pertes conductives, capacité thermique de la plaque de mesure et transfert convectif dans le fluide.

H.Nakamura et al [12] ont présenté une étude numérique et expérimentale du transfert thermique par convection naturelle laminaire développant dans des canaux entre plans parallèles verticaux avec un chauffage asymétrique. Ils ont considéré les conditions limites de flux thermiques uniformes à la paroi, et de température uniforme à la paroi. Les résultats numériques approchent asymptotiquement à la solution

analytique pour un écoulement entièrement développé. Leurs résultats sont comparés avec C.F.Kettlebrough [13].

E.Naito et Y.Nagano [14] ont étudié les effets du flottement sur les caractéristiques hydrodynamiques et thermiques de la convection laminaire descendante dans la région d'entrée entre plans parallèles inclinés. Des solutions numériques sont données pour trois conditions thermiques avec température pariétale uniforme ou isolation sur les plans.

R.KEngel et W.K.Muller [15] ont proposé une méthode analytique basée sur le développement en série de l'inverse du nombre de Prandtl pour étudier la convection naturelle laminaire dans des canaux verticaux. Leurs résultats sont en bon accord avec ceux de G.R. Bodoia et J.F.Osterle [16].

W.Aung et al [17] ont adopté la méthode des différences finis pour la résolution des équations de la convection naturelle laminaire entre deux plaques parallèles et les résultats obtenus ont été confirmés expérimentalement.

Y.Xia et al [18] ont utilisé la méthode (NMR :Nuclear Magnetic Resonance) pour l'étude des écoulement laminaire d'eau à travers un tube cylindrique au voisinage d'un élargissement brusque. Les profils de vitesses radiales sont obtenus par une résolution spatiale de l'ordre de 20  $\mu$ m. Les composantes axiales et transversales sur la marche ont été rapportées. Leurs résultats sont comparés avec la solution des équations de Navier-Stokes résolues par la méthode des différences finies.

M.Aydin et R.T.Fenner [19] ont utilisé la méthode (BEM :Boundary Element Methode) pour étudié l'écoulement laminaire visqueux dans les canaux. La méthode de sur- relaxation est employée pour des nombres de Reynolds élevés, deux exemples numériques ont été considérés celui de l'écoulement de Poiseuille et celui d'un écoulement ayant lieu dans un canal présentant un élargissement brusque.

La revue de la littérature montre que le phénomène des écoulements dus à la convection naturelle est loin d'être maîtriser et que d'autres travaux sont nécessaires, c'est pourquoi nous avons entrepris « *L'étude de la convection naturelle dans un canal vertical présentant un élargissement brusque, dont la longueur est fixée et les parois latérales sont soumises à une température constante supérieur à celle du milieu ambiant.* ». La configuration géométrique est représentée par la figure 1.

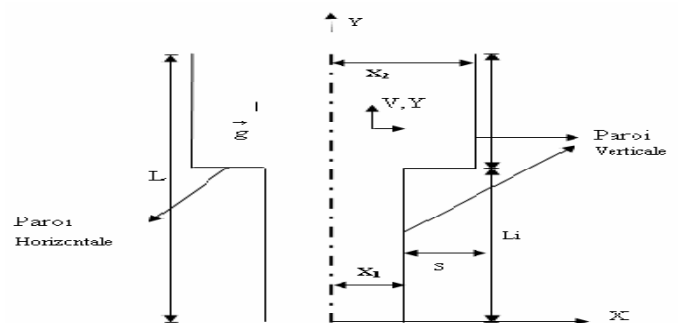


Figure 1 : Configuration géométrique.

### MODELE MATHEMATIQUE

Le système d'équation régissant le modèle s'écrit sous la forme dimensionnelle suivant :

**-Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

**-Equations de quantité de mouvement :**

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p-p_0)}{\partial X} + \nu \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (p-p_0)}{\partial Y} + \nu \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + g\beta(T-T_0) \quad (3)$$

**-Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right] \quad (4)$$

L'équation de la vorticité (5) est obtenue en faisant la somme de l'équation (2) dérivée par rapport à Y et l'équation (3) dérivée par rapport à X.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial X} + v \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \nu \left[ \frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right] - g\beta \frac{\partial T}{\partial X} \quad (5)$$

D'autre part la vorticité est défini par

$$\omega = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad (6)$$

Les composantes de vecteurs vitesse sont données par les relations suivantes

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} ; \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (7)$$

L'équation de la fonction de courant est donnée par :

$$\nabla^2 \psi = \omega$$

### PROCEDURE NUMERIQUE

Les équations (4), (5), (7), et (8) sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies, toutes les discrétisations sont réalisées à l'aide d'un schéma centré précis au second ordre, les termes convectifs sont discrétisés en utilisant un schéma décentré amont (upwind) [20]. L'intégration des équations de conservation (4) et (5) est effectuée à l'aide d'une méthode implicite aux directions alternées (ADI) [21], la résolution de l'équation de poisson (8) est assurée par la méthode (NLOR) [22]. Les conditions initiales et aux limites sont:

**A l'entrée du canal :**

$Y=0$ , et  $0 < X < X_1$

$$V = V_o ; \quad U = 0 ; \quad T = T_o ; \quad \omega = 0 ;$$

$$\Psi = \int -V_o dX$$

**A la sortie :**  $Y=L$  et  $0 < X < X_2$

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y} = 0$$

**Sur le seuil de l'élargissement brusque :**

$Y=L_i$  et  $X_1 \leq X \leq X_2$

$$U = V = 0 ; \quad \omega = \omega_p ; \quad \frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

$$\Psi = cst \Rightarrow \Psi = \Psi(X = X_1, Y = 0)$$

**Parois latérales :**

$X=X_1$  et  $0 < Y < L_i$  ;  $X=X_2$  et  $L_i \leq Y \leq L$

$$U = V = 0 ; \quad \omega = \omega_p ; \quad T = T_p ;$$

$$\Psi = cst \Rightarrow \Psi = \Psi(X = X_1, Y = 0)$$

### RESULTATS ET DISCUSSION

En l'absence de résultats numériques et expérimentaux relatifs au problème considérée et pour vérifier la précision du code de calcul développé dans le cadre de cette étude nous avons comparé la valeur du nombre de Nusselt moyen avec celle obtenu par Kettlebrough [13] qui traite la convection naturelle laminaire entre deux plaques parallèles.

La comparaison entre les résultats du présent travail et ceux obtenus par Kettlebrough [13], montre un accord satisfaisant.

Durant cette étude nous avons traités trois cas comme le montre le tableau 1 suivant :

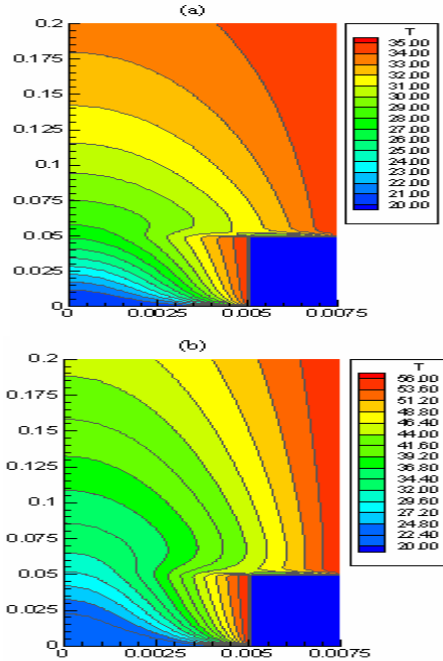
**Tableau 1 :** Caractéristiques géométriques des différents cas étudiés.

Cas N°	X <sub>1</sub> (m)	X <sub>2</sub> (m)	X <sub>2</sub> / X <sub>1</sub>
1	0.005	0.0075	1.5
2	0.005	0.01	2
3	0.005	0.0125	2.5

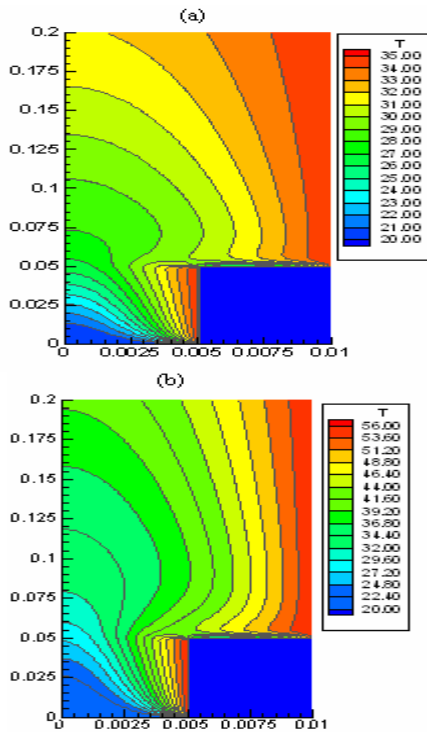
**STRUCTURE GENERALE DE L'ÉCOULEMENT**

**ISOTHERMES**

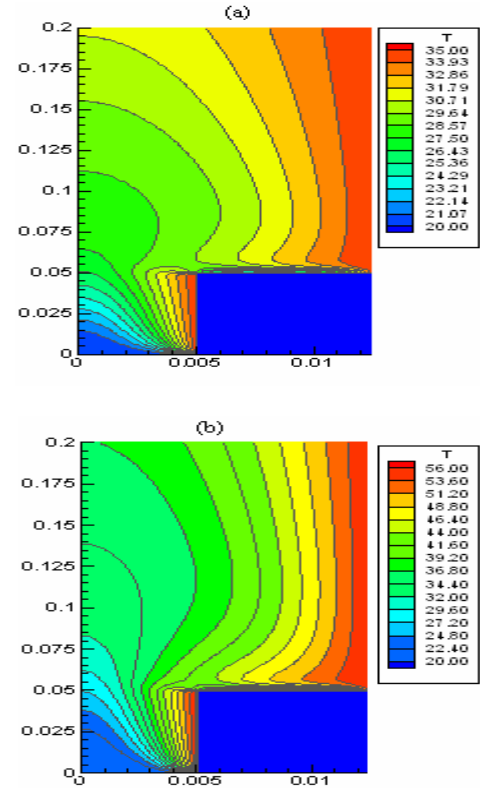
Les figures 2, 3 et 4 représentent les isothermes pour les trois cas envisagés dans cette étude. Nous avons considéré deux valeurs différentes de la température imposée sur les parois latérales du canal : 35 et 56°C.



**Figure 2 :** Isothermes. Cas1. (a) :  $T_p=35^\circ\text{C}$ , (b) :  $T_p=56^\circ\text{C}$ .



**Figure 3 :** Isothermes. Cas2. (a) :  $T_p=35^\circ\text{C}$ , (b) :  $T_p=56^\circ\text{C}$ .



**Figure 4 :** Isothermes. Cas3. (a) :  $T_p=35^\circ\text{C}$ , (b) :  $T_p=56^\circ\text{C}$ .

L'examen de ces figures montre que :

- Les lignes matérialisant les isothermes sont concentrées près des parois. Elle sont perpendiculaires à la sortie et à l'axe du canal, cela reflète bien la conséquence des conditions aux limites (le gradient de la température est nul a la sortie et sur l'axe).
- Le fluide s'échauffe d'autant plus vite que la température imposée sur les parois est plus petite et cela quelque soit le cas considéré.

Ce résultat est une caractéristique de la convection naturelle et s'explique par le fait que le débit aspiré à l'entrée du canal est d'autant plus important que la température imposée sur la paroi est plus grande. Dans ces conditions le fluide traverse le canal plus rapidement (temps de séjour plus petit) et n'aura pas le temps nécessaire pour s'échauffer.

- La répartition de la température dans la partie inférieure du canal (entrée du canal jusqu'au seuil de l'élargissement brusque) ressemble à celle obtenue pour écoulement convectif classique. Par contre celle de la partie supérieure est fortement influencée par l'élargissement brusque. En effet nous observons, pour tous les cas et pour chaque valeur de la température des parois, une nette distorsion des lignes matérialisant les isothermes (courbure des lignes) à partir du niveau du seuil jusqu'à la sortie du canal. Cette distorsion s'accroît avec l'augmentation de la température des parois et la dimension du seuil de l'élargissement brusque.

- Tous le long de la paroi adiabatique constituant le seuil de l'élargissement brusque nous voyons apparaître des pics

dans les isothermes. Ces pics deviennent de plus en plus importants lorsque d'une part la température imposée sur les parois augmente et d'autre part quand la dimension du seuil augmente aussi. Ce résultat appréciable s'explique par le fait de l'apparition de zones de recirculations du fluide juste derrière le seuil comme le montrent les figures (3-5, 3-6 et 3-7). Les particules du fluide venant de la partie inférieure et qui sont situées près de la paroi aborde le seuil de l'élargissement brusque avec une énergie cinétique assez faible. Elles se dirigent, alors vers la paroi latérale supérieure, lui « arrachent » de la chaleur et la transmettent vers l'axe du canal.

**ISOCOURANTS**

Les figures 5, 6 et 7 représentent les isocourants en considérant toujours les mêmes caractéristiques géométriques et thermiques adoptées pour l'étude des isothermes. Sur ces figures nous pouvons constater que ces lignes de courant sont parallèles aux parois latérales du canal sauf au niveau du seuil de l'élargissement brusque où elles subissent une déviation, vers la paroi gauche du canal, plus ou moins importantes suivant les configurations considérées. Ces mêmes lignes se trouvent concentrées dans la partie du fluide située près de l'axe révélant un développement de profils de vitesses paraboliques. Nous constatons également la formation de zones de recirculations du fluide juste au dessus du seuil de l'élargissement brusque. L'étendue de ces zones dépend de la largeur du seuil de l'élargissement brusque et de la température imposée sur les parois latérales du canal. Pour une valeur fixée de la largeur du seuil, l'étendue de la zone augmente avec l'augmentation de la température des parois, et pour une température des parois fixée elle augmente aussi avec l'augmentation de la largeur du seuil.

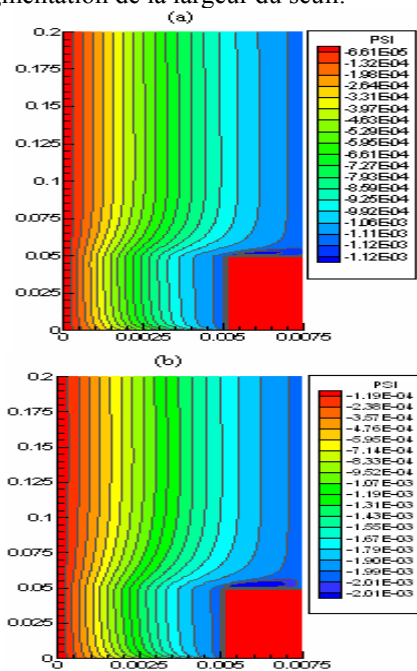


Figure 5 : Fonctions de courant. Cas1. (a) :Tp=35°C,(b) : Tp=56°C.

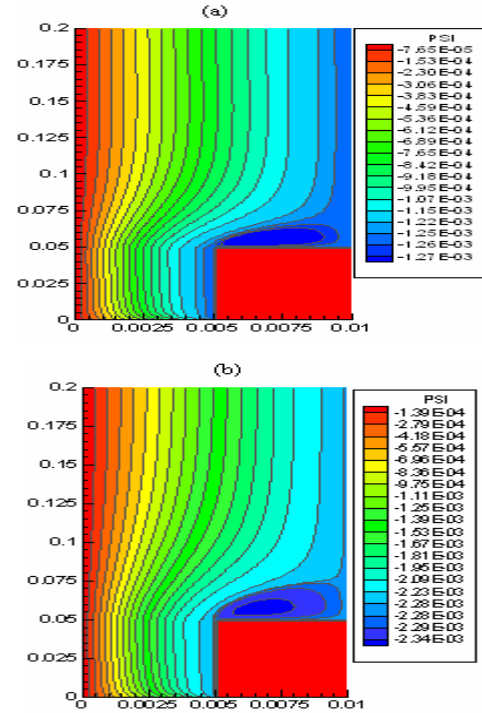


Figure 6 : Fonctions de courant. Cas2. (a) :Tp=35°C,(b) : Tp=56°C.

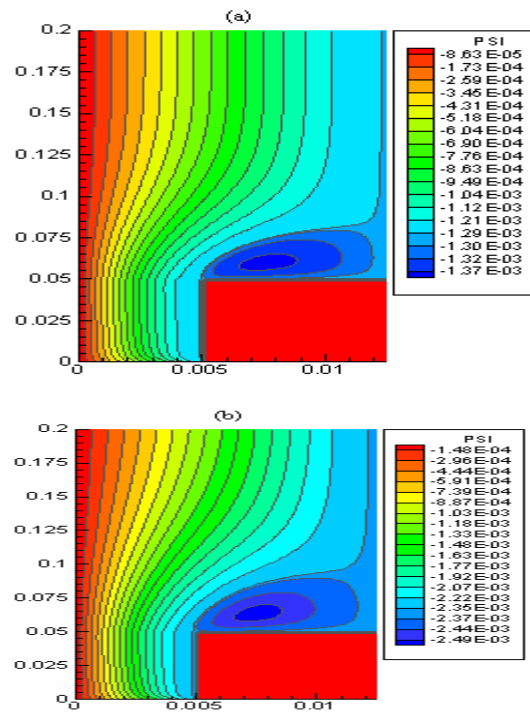
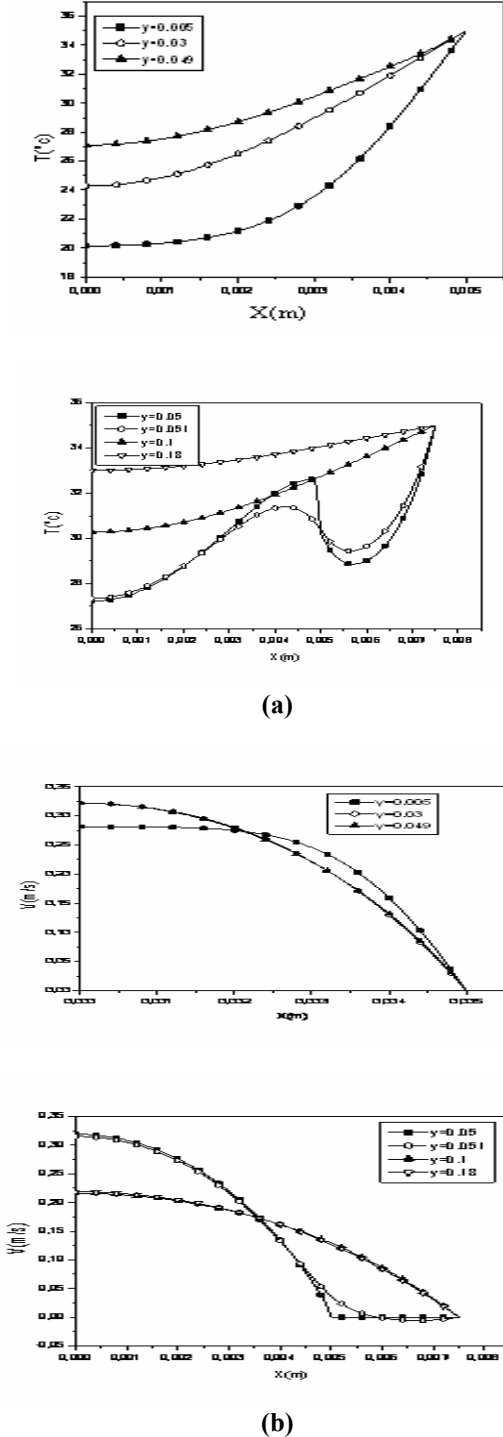


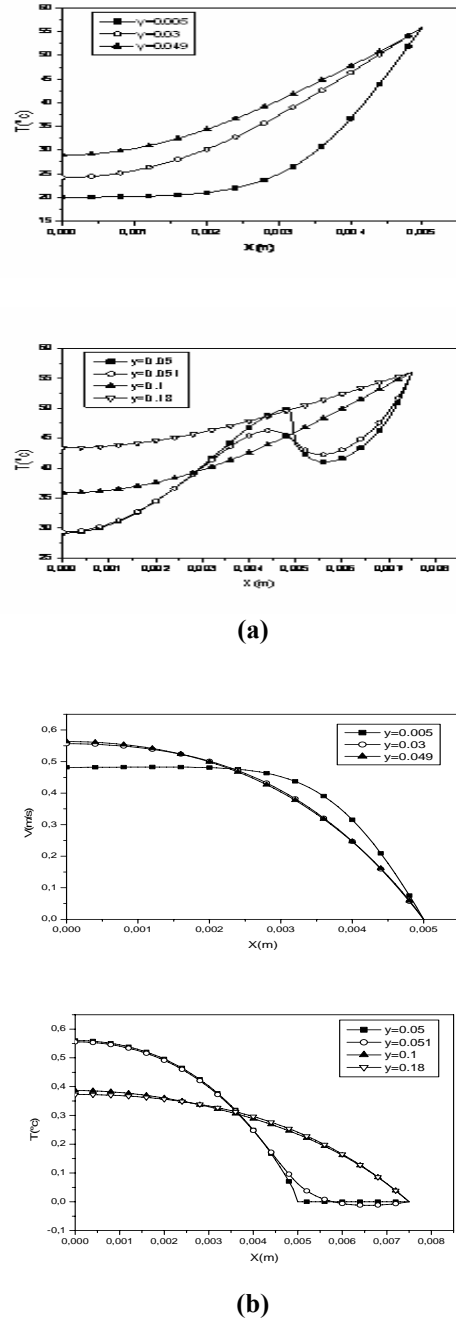
Figure 7 : Fonctions de courant. Cas3. (a) :Tp=35°C,(b) : Tp=56°C.

**STRUCTURE DETAILLEE DE L'ECOULEMENT**

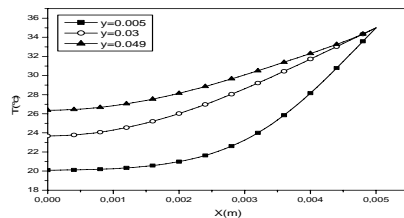
Pour mieux suivre le développement des champs hydrodynamiques et thermiques nous avons présenté les profils des vitesses et températures tout le long du canal. Ces profils sont exposés dans les figures 3-8 à 3-16.

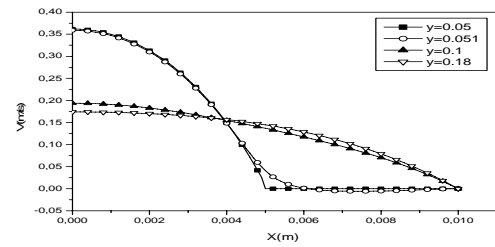
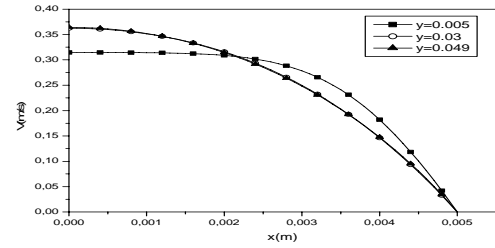
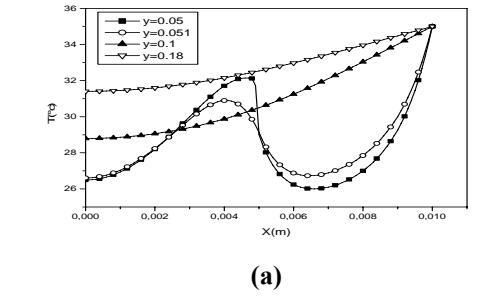


**Figure 8 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 1 :  $T_p=35°C$  ( $Gr=1727.907$ ).

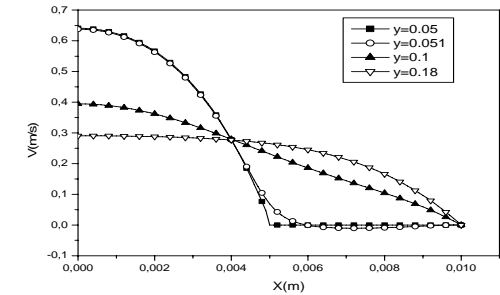
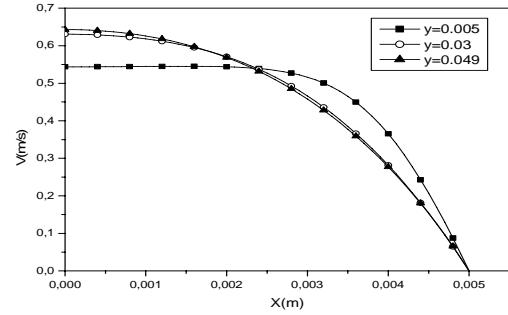
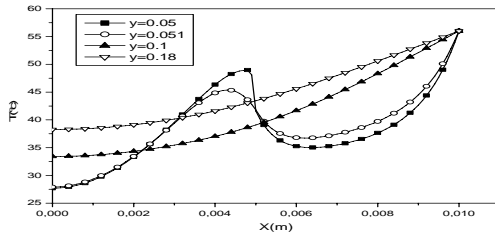
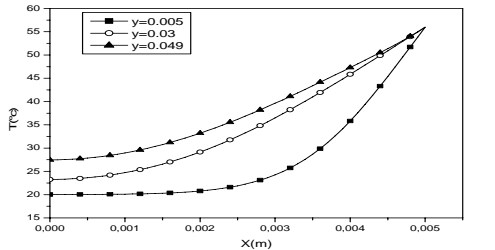


**Figure 9 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 1 :  $T_p=56°C$  ( $Gr=4029.107$ ).

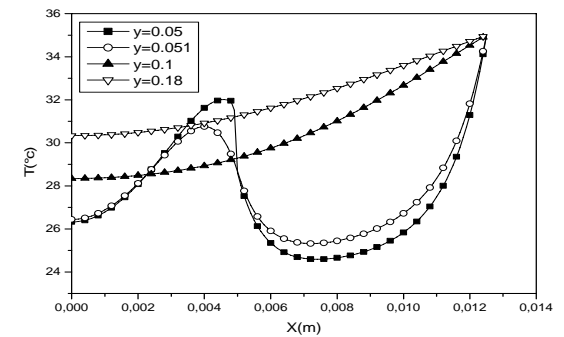
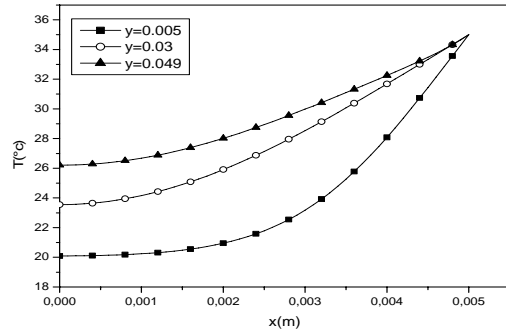


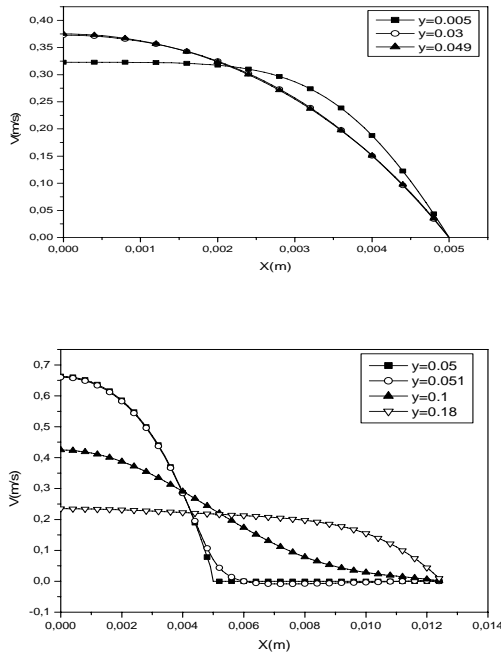


**Figure 10 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 2 :  $T_p=35^\circ\text{C}$  ( $Gr=1727.907$ ).



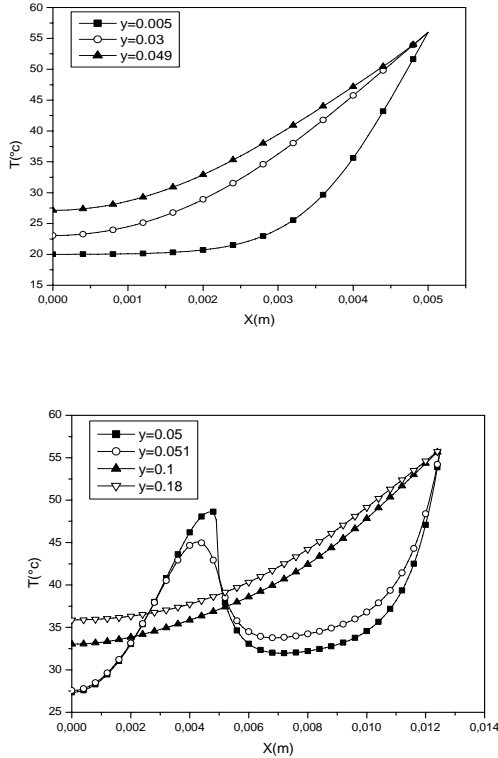
**Figure 11 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 2 :  $T_p=56^\circ\text{C}$  ( $Gr=4029.107$ ).



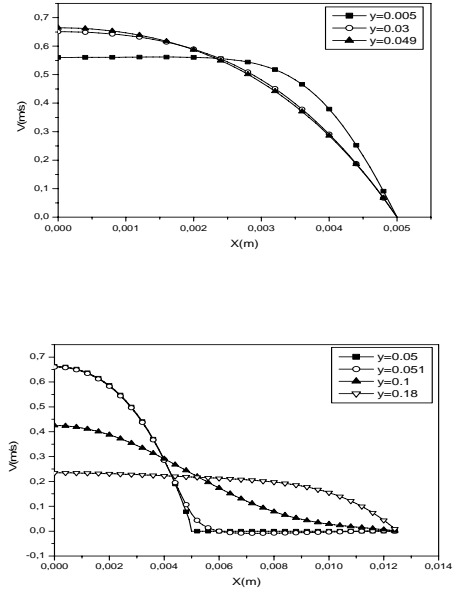


(b)

**Figure 12 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 3 :  $T_p=35^\circ\text{C}$  ( $Gr=1727.907$ ).



(a)



(b)

**Figure 13 :** Profil des températures (a) et des vitesses (b) dans différentes stations. Cas 3 :  $T_p=56^\circ\text{C}$  ( $Gr=4029.107$ ).

Les parties gauches (a) de ces dernières montrent le profil de température alors que les parties droites (b) montrent le profil de vitesse. Nous avons choisi sept stations réparties suivant la hauteur du canal. Trois stations dans la partie inférieure du canal ( $Y=0.005$ ,  $Y=0.03$  et  $Y=0.049\text{m}$ ), trois autres sont situées dans la partie supérieure ( $Y=0.051$ ,  $Y=0.1$  et  $Y=0.18\text{m}$ ) et la station matérialisant le seuil de l'élargissement brusque ( $Y=0.05\text{m}$ ).

### PROFILS DES TEMPERATURES

Il est intéressant de noter, que quelque soit la valeur de la température imposée sur les parois latérales et celle de la dimension du seuil de l'élargissement brusque, la même tendance de l'évolution du profil de température dans la partie inférieure du canal. Cette évolution est un développement classique du profil de la température d'un écoulement induit par l'échauffement d'une plaque plane verticale. Nous notons également que l'effet de la largeur du seuil n'est pas perceptible ; par contre lorsque la température imposée sur la paroi augmente l'écart de température entre la paroi et l'axe du canal augmente c'est-à-dire que le fluide s'échauffe plus lentement. Ceci confirme les résultats mis en évidence lors de l'examen des isothermes.

L'examen des profils de température, pour tous les cas considérés, de la partie supérieure du canal montre l'influence de l'élargissement brusque. Nous distinguons une nette différence de température des particules fluides situées de part et d'autre du prolongement de la paroi inférieure sur/ou juste au dessus du seuil ( $Y=0.05$  et  $Y=0.051\text{m}$ ). Cet écart est d'autant plus important que la température imposée sur la paroi augmente. Lorsqu'on s'éloigne du seuil cet écart diminue progressivement et les profils de températures



reprennent l'allure de ceux d'un écoulement convectif classique.

### PROFILS DES VITESSES

Comme pour les profils de température nous avons tracé ceux de la vitesse axiale dans les mêmes stations et pour les mêmes caractéristiques géométriques et thermiques. Les deux profils (ceux de la température et ceux de la vitesse axiale) sont disposés côte à côte pour pouvoir suivre leur évolution simultanément.

Les profils de la vitesse axiale dans la partie inférieure, quelque soit la configuration choisie, reflètent le développement d'un profil classique d'un écoulement laminaire. La forme parabolique devient de plus en plus nette au fur et à mesure que le fluide progresse dans le canal. La largeur du seuil de l'élargissement brusque n'a aucune influence sur le profil de la vitesse axiale dans cette partie du canal par contre l'augmentation de la température imposée sur la paroi provoque l'augmentation du débit du fluide comme le montre le tableau 2.

**Tableau 2 :** Vitesse à l'entrée du canal en fonction de la température imposée sur les parois et de la largeur du seuil de l'élargissement brusque.

Température de la paroi (°C)	Vitesse à l'entrée du canal (m/s)		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3
35	0.2234	0.2518	0.2590
56	0.4010	0.4560	0.4710

Dans la partie supérieure du canal c'est la température imposée sur la paroi qui n'a aucune influence, alors que la largeur du seuil joue un rôle important dans le développement des différents profils de la vitesse axiale.

Dans tous les cas considérés, le profil de cette vitesse dans la station juste au dessus du seuil ( $Y=0.051$ ) révèle des valeurs négatives prouvant ainsi la présence de zone de recirculation du fluide au niveau de ce coin et qui sont nettement visibles sur les figures présentant les isocourants. L'importance de cette zone de recirculation est mise en évidence par le profil de la vitesse axiale dans la station  $Y=0,1$ .

### COEFFICIENT MOYEN DE TRANSFERT THERMIQUE

Le coefficient moyen du transfert thermique (Nombre de Nusselt moyen) entre la chaleur cédée par les parois latérales et celle gagnée par le fluide entre son entrée et sa sortie du canal est donné par le tableau 3 L'analyse des valeurs de ce Nombre nous permet de relever que :

-Lorsque la température imposée sur les parois latérales augmente, la largeur du seuil de l'élargissement brusque étant maintenue fixe, le Nombre de Nusselt moyen augmente. La transmission de la chaleur à partir des parois par conduction domine celle convectée par le fluide.

-Lorsque la largeur du seuil de l'élargissement brusque augmente, la température imposée sur les parois étant fixée, ce Nombre augmente aussi.

Ces constatations sont confirmées par les profils de températures et les isothermes étudiés précédemment.

**Tableau 3 :** Nombre de Nusselt moyen en fonction de la température imposée sur les parois et de la largeur du seuil de l'élargissement brusque.

Température de la paroi (°C)	Nombre de Nusselt moyen		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3
35	0.54	1.1184	1.627
56	0.82462	1.626	2.299

### CONCLUSION

L'étude considérée porte sur la convection naturelle laminaire dans un canal vertical présentant un élargissement brusque. Les parois latérales de ce dernier sont soumises à une température constante supérieure à la température ambiante, alors que la paroi constituant l'élargissement brusque est considéré comme adiabatique.

Les équations gouvernant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finies et les systèmes algébriques obtenus ont été résolus par des méthodes numériques appropriées.

Nous avons pu déterminer la structure générale de l'écoulement à travers ce canal sous forme d'isothermes et d'isocourants. Nous avons aussi présenté pour plus de détail, les profils de température et de vitesse tout le long du canal. Enfin nous avons exposé la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la température imposée sur les parois latérales et la largeur du seuil de l'élargissement brusque.

Toutes les simulations ont été élaborées en faisant varier le nombre de Grashof soit en fixant différentes valeurs de la température sur les parois latérales (35 et 56°C) soit en considérant différentes largeurs du seuil de l'élargissement brusque (0.0025, 0.005 et 0.0075m).

L'analyse des résultats obtenus par les différentes simulations révèle une influence notable du seuil de l'élargissement brusque. Dans la partie inférieure du canal (avant le seuil) l'écoulement du fluide présente des caractéristiques hydrodynamiques et thermiques d'un écoulement classique laminaire. Juste après le seuil nous avons constaté la naissance des zones de recirculations du fluide dont l'importance dépend non seulement de la largeur du seuil de l'élargissement brusque mais aussi de la température imposée sur les parois latérales. Dans ces zones de recirculations les particules fluides convectent la chaleur de la paroi latérale supérieure pour la propager vers l'axe du canal. Une fois la limite de ces zones d'influence dépassée l'écoulement du fluide reprend les caractéristiques typiques d'un écoulement classique laminaire.

### NOMENCLATURE

**C<sub>p</sub>** : Chaleur spécifique à pression constante (J/Kg.K)

**g** : Accélération de la pesanteur (m/s<sup>2</sup>)

**Gr** : Nombre de Grashof,  $g \cdot \Delta T \cdot (2X_1)^3 / \nu^2$

**K** : Conductivité thermique (W/m.K)

**L** : Longueur du domaine de calcul (m)

$L_e$  : Longueur du canal allant du seuil de l'élargissement brusque jusqu'à la sortie (m)  
 $L_i$  : Longueur du canal allant de l'entrée jusqu' au seuil de l'élargissement brusque (m)  
 $Nu_m$  : Nombre de Nusselt moyen  
 $P$  : Pression (Pa)  
 $Pr$  : Nombre de Prandtl,  $\square/\square$   
 $S$  : Dimension du seuil de l'élargissement brusque (m),  $X_2-X_1$   
 $T$  : Température du fluide ( $^{\circ}C$ )  
 $T_0$  : Température du fluide à l'entrée de la conduite ( $^{\circ}C$ )  
 $U$  : Composante transversale de la vitesse (m/s)  
 $V$  : Composante longitudinale de la vitesse (m/s)  
 $V_0$  : Vitesse à l'entrée du canal (m/s)  
 $X_1$  : Demi- largeur de l'entrée du canal (m)  
 $X_2$  : Demi- largeur de la sortie du canal (m)

**Symboles grecs :**

$\beta$  : Coefficient d'expansion thermique ( $K^{-1}$ ).  
 $\nu$  : Viscosité cinématique, ( $m^2/s$ )  
 $\mu$  : Viscosité dynamique, ( $Kg/m.s$ )  
 $\rho$  : Masse volumique, ( $Kg/m^3$ )  
 $\epsilon$  : Critère de convergence  
 $\omega$  : Vorticité.  
 $\hat{\omega}$  : Coefficient de sur/ sous relaxation.  
 $\alpha$  : Coefficient de diffusion thermique ( $m^2/s$ )  
 $\Psi$  : Fonction de courant  
**Indices :**  
 $p$  : paroi  
 $o$  : Entrée du canal

**REFERENCES**

[1]-Becouche H, Bassot F, Remouche.H.L, Kholai.O, Simulation numérique bidimensionnelle de la convection mixte laminaire dans une conduite avec un élargissement brusque : les effets de l'inclinaison et du nombre de Prandtl, Deuxième Rencontre Maghrébine sur le mécanique, 4-6 décembre (1995).  
 [2]-TLin.J, Armaly.B.F and Chen.T.S, Mixed convection in buoyancy assisting vertical backward facing step flow, Int. J. Heat Mass Transfer, vol **33**, pp 2121,2132, (1990).  
 [3]-Armaly.B.F, Durst.F,Pereira.J.C F and Schounung.B, Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow, J.Fluid Mech **127**, pp 473-496, (1983).  
 [4]- Engel.R. K and Muller.W. K. Analytical investigation of natural convection in vertical channels, ASME paper, N°67.HT-16, (1967).  
 [5]-Quintier.J et Muller.W.K, Analysis of laminar free and forced convection between finite vertical parallel plates, ASME, Journal of Heat Transfer, vol **95**, pp 53-59,(1973).  
 [6]-Dyer.J.R, The development of laminar natural convection flow in a vertical uniform heat flux duct, Int .J. Heat Mass Transfer, vol **18**, pp 1455- 1465, (1975).  
 [7]- Chag.C.J, Lin.T.F and Yan.W.M, Natural convection flows In a vertical open tube resulting from combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, Int.J.Heat Transfer, vol **29**, n°10, pp1543-1552,(1986).

[8]- Pagliarini.G, Steady laminar heat transfer in the entry region of circular tubes with axial diffusion of heat and momentum, Int.J.Heat Transfer, vol **32**.No 6, pp1037-1052, (1989).  
 [9]- Payvar.P, Free convection in a vertical duct of square cross section with variable viscosity, Numerical Heat Transfer, part A, vo. **123**, pp 247-258,(1993).  
 [10]-Boudebus.S, Meniai.A.H and Nemouchi.Z, Numerical study of developing natural laminar convection in a vertical hyperbolic duct of a fixed length and with a constant wall temperature, Numerical Heat Transfer, part A, vol. **40**, pp783-800, (2001).  
 [11]Hung.Y.H and Shien.W.M, An effective model for measuring transient natural convective heat flux in vertical parallels plates with a rectangular rib, Int.J. Heat Mass Transfer, vol. **32**, n° 5, pp 863-871, (1989).  
 [12]-Nakamura.H, Asako.Y, and Naitou.T, Heat transfer by free convection between two parallel flat plates, Numerical Heat Transfer, vol. **5**, pp 95-106, (1982).  
 [13]- Kettleborough.C.F, Transient laminar free convection between heated vertical plates including entrance effects, Int.J.Heat Mass Transfert, vol. **15**, pp 883-896, (1992).  
 [14]-Naito.E, Nagano.Y, The effect of buoyancy on down ward and upward laminar flow convection in the entrance region between inclined parallel plates, Int.J. Heat Mass Transfer, vol. **32**,n° 5, pp 811-823, (1989).  
 [15]- Engel.R.K and Muller.W.K, Analytical investigation of natural convection in a vertical channel, ASME paper, n°67.HT-16, (1967).  
 [16]-Bodia.J.R and Osterle.J.F, The development of free convection between heated vertical plates, J.Heat.Transfer.ASME, series C, vol.**84**, n°1, pp40-44,(1992).  
 [17]-Aung.W, Fletcher.L.S and sernas.V, Developing laminar free convection between vertical flat plates with asymmetric heating, Int.J.Heat Mass Transfer, vol **15**, pp.2293-2308, (1972).  
 [18]-Xia.Y and Callaghan.P.T, Imaging velocity profiles: Flow through an abrupt contraction and expansion, Aiche. J.vol. **38**, n°9 pp1408-1420, (1992).  
 [19]-Aydin.M and Fenner.T, Boundary element analysis of viscous channel flow, Computational Mechanics Section, Department of Mechanical Engineering (2000).  
 [20]-Kotake.S, Higikata.K, Numerical simulations of heat transfer and fluid flow on a personal computer, edition 3, (1993).  
 [21]-Sewell.G, The numerical solution of ordinary and partial differential equations, edition Academic Press Inc (London), (1988).  
 [22]-Weley.J, Applied numerical methods, (1969).