

ÉTUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION MIXTE LAMINAIRE DANS DES CAVITES VENTILEES

Reçu el 06/02/2005 – Accepté le 29/06/2005

Résumé

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique du phénomène de la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ventilée, dont l'une des parois est soumise à une température constante, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques. Les équations régissant ce phénomène ont été discrétisées par la méthode des différences finies et un code de calcul a été développé pour déterminer toute la structure de l'écoulement. Les résultats sont présentés sous forme des champs hydrodynamique et thermique pour différentes valeurs des nombres de Richardson. Ceux-ci montrent l'apparition de zones de recirculation contrarotatives dans la partie supérieure de la cavité lorsque la convection forcée prédomine.

Mots clés : Convection mixte, Méthode des différences finies, Cavité ventilée, Méthodes numériques.

Abstract

In this work, we present a numeric study of the phenomenon of laminar mixed convection in a ventilated square cavity, of which one of partitions is submitted to a constant temperature, while the other partitions are considered like adiabatic. Equations governing this phenomenon were discretised by the method of differences finished and a code of calculation has been developed to determine all the structure of the out-flow. Results are presented under shape of fields streamlined and thermal for different values of numbers of Richardson. These show the apparition of recirculation contrarotatives zones in the superior part of the cavity when the forced convection predominates.

Key words: Mixed convection, Différences finies méthode, Ventilated enclosure, Numerical methods.

ZERMANE S.¹
BOUDEBOUS S.²
BOULKROUNE N.¹

¹ : Département de Chimie Industrielle,

² : Département De Génie Mécanique

Université Mentouri
Constantine
Algérie

ملخص

في هذا العمل، نقدم دراسة حسابية للنقل الحراري المزدوج في وعاء مربع و مهوى، يحتوي على جدار ذو حرارة ثابتة بينما نعتبر بقية الجدران عازلة للحرارة، حل المعادلات المميزة لهذا النظام تم باستعمال طريقة الاختلافات المنتهية. وقد طورنا برنامج حسابي يسمح لنا بالحصول على توزيع سريران الهواء داخل الوعاء. النتائج ممثلة عن طريق حقول سريران الهواء و الحرارة من اجل عدة قيم لعدد ريشاردسون، تحليل هذه النتائج يظهر سريران مميز بحلقات دائرية تدور عكس عقارب الساعة في الجهة العلوية للوعاء.

الكلمات المفتاحية : النقل الحراري المزدوج، طريقة الاختلافات المنتهية، الأوعية المهواة، الطرق الحسابية.

Dans un champ de gravitation, toute différence de température dans un liquide ou un gaz modifie sa densité, un mouvement prend naissance au sein du fluide du fait de la poussée d'Archimède. Ce mouvement de brassage, dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle "convection". Le mouvement du fluide peut être naturel (si le nombre de Richardson, Gr/Re^2 , est supérieur à 16) ou forcé (si ce dernier est inférieur à 0.1). Les mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle. La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression. Le mouvement se déclenchant alors selon les lois de la mécanique des fluides. Si les deux modes de convection sont importants, la convection est dite mixte (dans ce cas le nombre de Richardson est compris entre les deux valeurs citées précédemment). Actuellement nous pouvons constater que l'étude des écoulements convectifs laminaires dans des cavités fermées a été abordée dans son ensemble comme le souligne déjà en 1992 R.A. Kuper et al [1] et plus récemment (2000) D.Angirasa [2]; aussi la recherche contemporaine s'est orientée dans l'analyse de la structure générale des écoulements en convection naturelle, forcée et mixte dans des enceintes ventilées (car ce thème possède de nombreuses applications dans le domaine industriel).

Un certain nombre de chercheurs ont présentés lors de ces deux dernières décennies, des travaux relatifs à l'étude de ce phénomène dans la géométrie mentionnée ci-dessus, parmi ces travaux on peut citer ceux de: K.Torrance et al [3] qui ont étudié numériquement l'écoulement du fluide dans une cavité rectangulaire, les résultats examinent la combinaison entre les différents modes de convection, la convection naturelle prédomine aux grands nombres de Grashof. E.M.Sparrog et F.Samie [4] ont étudié l'écoulement du fluide et l'interaction entre la convection naturelle et mixte dans une cavité, en faisant varier le nombre de Reynolds et de Rayleigh. R.H.Oosthuisen et J.T.Paul[5] se sont intéressés numériquement à la convection mixte dans une cavité remplie d'air et soumise à une ventilation extérieure. Leur étude révèle que la convection forcée prédomine lorsque le rapport des nombres de Nusselt correspondant à la convection forcée et naturelle (Nu_f / Nu_n) est supérieur à 2.5 pour des rapports de forme (hauteur/ largeur) de 2 et 4. Les résultats de l'étude de W.M.To et J.A.C.Humphrey[6] concernant une cavité chauffée dont l'une des parois est entraînée hydrodynamiquement, montrent que les convections naturelle et forcée prédominent respectivement pour des valeurs de Re^2/Gr inférieures à 0.4 et supérieures à 2. Dans le cas d'une cavité carrée, ces auteurs ont trouvé que le nombre de Nusselt présente un minimum correspondant à l'interaction minimale entre les convections naturelle et forcée pour $Re^2/Gr=1$. J.P.Simoneau et al [7] ont mené une étude numérique de la convection mixte dans une cavité différentiellement chauffée, dont les parois actives sont munies de deux ouvertures diamétralement opposées. Les résultats obtenus quant au transfert de chaleur montrent que le nombre de Nusselt présente un maximum pour $Re^2/Gr=2.10^{-3}$ et un minimum pour $Re^2/Gr=3.10^{-2}$.

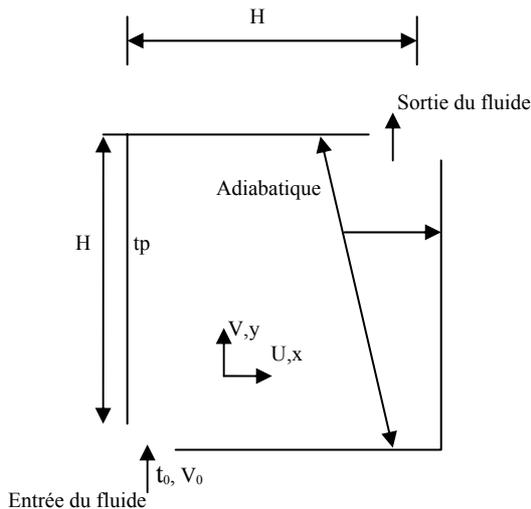


Figure 1 : Configuration géométrique

E.Papanicolaou et Y.Jaluria [8, 9, 10] ont proposé plusieurs aspects concernant la convection mixte dans des cavités ventilées et adiabatiques en étudiant l'effet de la source thermique isolée, les paramètres menant à des régimes de

transition, la conductivité des parois, sur le mode de transfert, ainsi que la convection mixte turbulente dans ces cavités.

La revue de la littérature concernant la convection mixte dans des cavités ventilées montre que le sujet reste encore à explorer ainsi l'objectif du présent travail consiste à examiner les effets conjugués du nombre de Richardson sur la structure d'écoulement du fluide dans la configuration géométrique représentée par la figure (1).

MODELE MATHEMATIQUE:

Le système d'équations régissant le modèle s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante:

- Equation de continuité:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

- Equation de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau^*} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau^*} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re^2} T \quad (3)$$

- Equation d'énergie:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau^*} + U \frac{\partial T}{\partial X} + V \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{1}{Re.Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

L'Equation de la vorticité (5) est obtenue en faisant la somme de l'équation (2) dérivée par rapport à Y et l'équation (3) dérivée par rapport à X.

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau^*} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial T}{\partial X} \quad (5)$$

D'autre part la vorticité ω est défini par:

$$\omega = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad (6)$$

Les composantes du vecteur vitesse adimensionnelles sont données par les relations suivantes:

$$V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad \text{et} \quad U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad (7)$$

En combinant les équations (6), (7) l'équation de la fonction de courant est donnée par:

$$\nabla^2 \Psi = \omega \quad (8)$$

où ∇^2 représente l'opérateur Laplacien.

Les variables des équations précédentes sont adimensionnalisées comme suit :

$$U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad T = \frac{(t - t_0)}{(t_w - t_0)}$$

$$\tau^* = \tau \frac{V_0}{H}, \quad Y = \frac{y}{H}, \quad X = \frac{x}{H},$$

PROCEDURE NUMERIQUE:

Les équations (4), (5), (7), et (8) sont discrétisées à l'aide d'une méthode aux différences finies, toutes les discrétisations sont réalisées à l'aide d'un schéma centré précis au second ordre à l'exception des termes convectifs, qui sont approchés en utilisant un schéma décentré amont (upwind) [11]. L'intégration des équations de conservation (4) et (5) est effectuée à l'aide d'une méthode Implicite aux Directions Alternées (ADI) [12]. La résolution de l'équation de Poisson (8) est assurée par la méthode NLOR "Non Linear Over Relaxation"[13].

Les conditions aux limites adoptées pour la résolution du problème sont:

$$x = 1 \text{ et } 0 \leq Y \leq 1 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial X} = 0$$

$$x = 0 \text{ et } 0 \leq Y \leq 1 \Rightarrow T = 1$$

$$y = 1 \text{ et } 0 < X < 1 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

$$y = 0 \text{ et } W \leq X < 1 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

$$y = 0 \text{ et } 0 < Y < W \Rightarrow T = 0$$

$$y = 0 \text{ et } 0 < X \leq W \Rightarrow \psi = -X$$

La condition suivante de la vorticité sur les parois est utilisée [14]:

$$\omega_p = 2 \frac{\Psi_{p+1} - \Psi_p}{\Delta\eta^2}$$

Où p désigne la paroi et $\Delta\eta$ le pas d'espace suivant la direction normale à celle-ci.

RESULTATS ET DISCUSSION

Afin de vérifier la précision du code de calcul développé dans le cadre de cette étude, nous avons testé le même problème que D. Angirasa [2] la comparaison de la valeur du nombre de Nusselt moyen obtenu par cet auteur et celle obtenue en utilisant notre code de calcul est inférieure à 4% pour un nombre de Grashof égal à 10^5 et un nombre de Richardson égal à 10.

FONCTIONS DE COURANT

Sur la figure (2) nous avons représenté les fonctions de courant. Nous remarquons que, pour des valeurs du nombre de Richardson égales à 2(a) et 1(b), un écoulement important le long de la paroi chaude et qui se prolonge le long de la paroi supérieure jusqu'à la sortie est observé. La majeure partie de la cavité est occupée par une zone de recirculation de faible intensité. Au fur et à mesure que le nombre de Richardson diminue (convection forcée prédominante) l'écoulement principal tend à traverser la cavité suivant la diagonale en réduisant la taille de la cellule convective située dans la partie droite, et en favorisant en

même temps l'effet de cisaillement, qui conduira à la formation de deux cellules contra rotationnelles au dessus du jet.

ISOTHERMES:

Les isothermes sont montrées par la figure (3). La répartition de la chaleur dans la cavité est conforme à la circulation du fluide révélée par les isocourants (figure 2). En effet nous constatons un échauffement du fluide à partir de l'entrée, tout au long de la paroi gauche et la paroi supérieure jusqu'à la sortie pour des valeurs du nombre de Richardson égales à 2 et 1. Pour les autres valeurs du nombre de Richardson 0.2 et 0.1 (convection forcée prédominante) les cellules rotatives situées au dessus du jet empêchent la propagation de la chaleur vers la paroi droite.

CHAMP DU VECTEUR VITESSE

Le champ du vecteur vitesse de l'écoulement est exposé dans les figures (4) et (5) pour les mêmes valeurs des nombres sans dimensions. Nous avons jugé utile de montrer ce champ du vecteur vitesse pour bien visualiser le développement de l'écoulement donné sous forme d'isocourants par la figure (2). En effet nous constatons que, dans le cas où la convection naturelle prédomine (nombre de Richardson égal à 2 ou 1) l'écoulement se développe principalement le long de la paroi chaude et se propage le long de la paroi supérieure avant la sortie. Nous remarquons également que dans le reste de la cavité le fluide forme des zones de recirculation de faible intensité. Par contre quand la convection forcée prédomine (nombre de Richardson égal à 0.1) l'écoulement du fluide se développe principalement suivant la diagonale avec la naissance des zones de recirculation de part et d'autre de celle-ci.

PROFIL DES VITESSES ET DES TEMPERATURES

La figure (6) montre les profils de la composante V du vecteur vitesse (partie gauche) et de la température (partie droite), pour le même nombre de Grashof (10^6) et les mêmes valeurs du nombre de Richardson (2, 1, 0.2, 0.1), dans des stations horizontales situées à $Y=0.2$ (entrée), $Y=0.5$ (milieu de la cavité) et $Y=0.98$ (sortie).

Pour des valeurs du nombre de Richardson égales à 2 et 1 (convection naturelle prédominante) les profils de la vitesse V présentent des pics près de la paroi chaude révélant ainsi un écoulement intense près de celle-ci et confirmant les résultats des isocourants et du champ du vecteur vitesse (figures 2, 4 et 5).

Lorsque le nombre de Richardson diminue (convection forcée prédominante) les pics dont il est question précédemment se déplacent vers le centre de la cavité montrant que l'écoulement principal du fluide se fait suivant la diagonale de la cavité. Les profils de la composante U (figure 7) montrent un écoulement dont l'intensité augmente près de la paroi supérieure au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente.

La figure (7-d) (nombre de Richardson égal à 0.1) révèle un profil de cette composante qui présente des valeurs négatives près de cette paroi confirmant ainsi la formation des zones de recirculation du fluide dans la partie supérieure de la cavité.

Lorsque la convection naturelle prédomine dans l'écoulement (nombre de Richardson égal à 2 et 1) les profils des températures (figure 6) montrent que la propagation de la chaleur est importante près de la paroi supérieure de la cavité. Celle -ci diminue quant la convection forcée devient prédominante (nombre de Richardson égal à 0.2 ou 0.1). En effet nous pouvons noter, par exemple que pour un nombre de Richardson égal à 0.1 la température adimensionnelle dans la station $X=0.5$ est de 0.45 sur la paroi supérieure alors que pour un nombre de Richardson égal à 2 elle est de 0.65.

L'examen de tous les profils des vitesses et des températures confirme les résultats déjà invoqués précédemment.

COEFFICIENT DE TRANSFERT THERMIQUE

L'évolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps est donnée, pour un nombre de Grashof égal à 10^5 et 10^6 , et pour deux nombres de Richardson 0.1 et 10 par la figure (8). Dans tous les cas de figures cette évolution est la même: une diminution très rapide dans les premières instants puis une tendance vers une valeur limite lorsque le temps augmente. Ces valeurs limites mettent en évidence la différence entre la convection forcée et la convection naturelle. Lorsque la convection naturelle prédomine la chaleur se propage plus par convection que par conduction ce qui se traduit par des gradients de températures près de la paroi chaude moins importants et donc des valeurs faibles de nombre de Nusselt moyen. Ces dernières valeurs augmentent avec l'augmentation du nombre de Grashof.

CONCLUSION

L'étude présentée dans ce travail porte sur la convection mixte laminaire dans des cavités ventilées. La paroi latérale verticale gauche de la cavité est soumise à une température constante supérieure à la température ambiante, tandis que les autres parois sont considérées comme adiabatiques.

En se basant sur la méthode des différences finies pour discrétiser les équations gouvernant ce phénomène, on a pu déterminer les fonctions de courant, les isothermes, les profils des vitesses et des températures, ainsi que les variations du nombre de Nusselt en fonction du temps, pour la géométrie considérée et pour différentes valeurs du nombre de Richardson et de Grashof.

Les résultats obtenus montrent que l'écoulement principal du fluide a lieu le long de la paroi chaude verticale et de la paroi supérieure jusqu'à la sortie de la cavité lorsque la convection naturelle prédomine. Par contre lorsque la convection forcée prédomine l'écoulement principal du fluide a lieu le long de la diagonale de la cavité, avec l'apparition des zones de recirculation multicellulaires de part et d'autre de la diagonale de la cavité.

Nomenclature

C_p	Chaleur spécifique (J/Kg.K)
g	Accélération due à la pesanteur (m/s^2)
Gr	Nombre de Grashof, $g \beta \Delta t H^3 / \nu^2$
h	Coefficient de transfert ($W/m^2.K$)
H	Hauteur de la cavité (m)
k	Conductivité thermique ($W/m.K$)
Nu	Nombre de Nusselt moyen
Nu_y	Nombre de Nusselt local
p	Pression (Pa)
P	Pression adimensionnelle, $p/\rho V_0^2$
Pr	Nombre de Prandtl, ν/α
Re	Nombre de Reynolds, $V_0 H / \nu$
T	Température (K)
T_0	Température du fluide à l'entrée (K)
T_p	Température de la paroi latérale gauche (K)
u, v	Composantes des vitesses (m/s)
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses, $u/V_0, v/V_0$
V_0	Vitesse du fluide entrant (m/s)
W	Largeur de l'entrée (m)
W^*	Largeur adimensionnelle de l'entrée, W/H
x, y	Coordonnées d'espace dimensionnelles (m)
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles
Ri	Nombre de Richardson, Gr/Re^2

Symboles grecs:

α	Diffusivité thermique, $K/\rho.C_p$ (m^2/s)
β	Coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
ν	Viscosité cinématique du fluide (m^2/s)
Kg/m^3	(ρ Masse volumique du fluide
τ^*	Temps (s)
τ	Temps adimensionnel, $\tau^* V_0/H$
ψ	Fonction de courant
ω	Vorticité

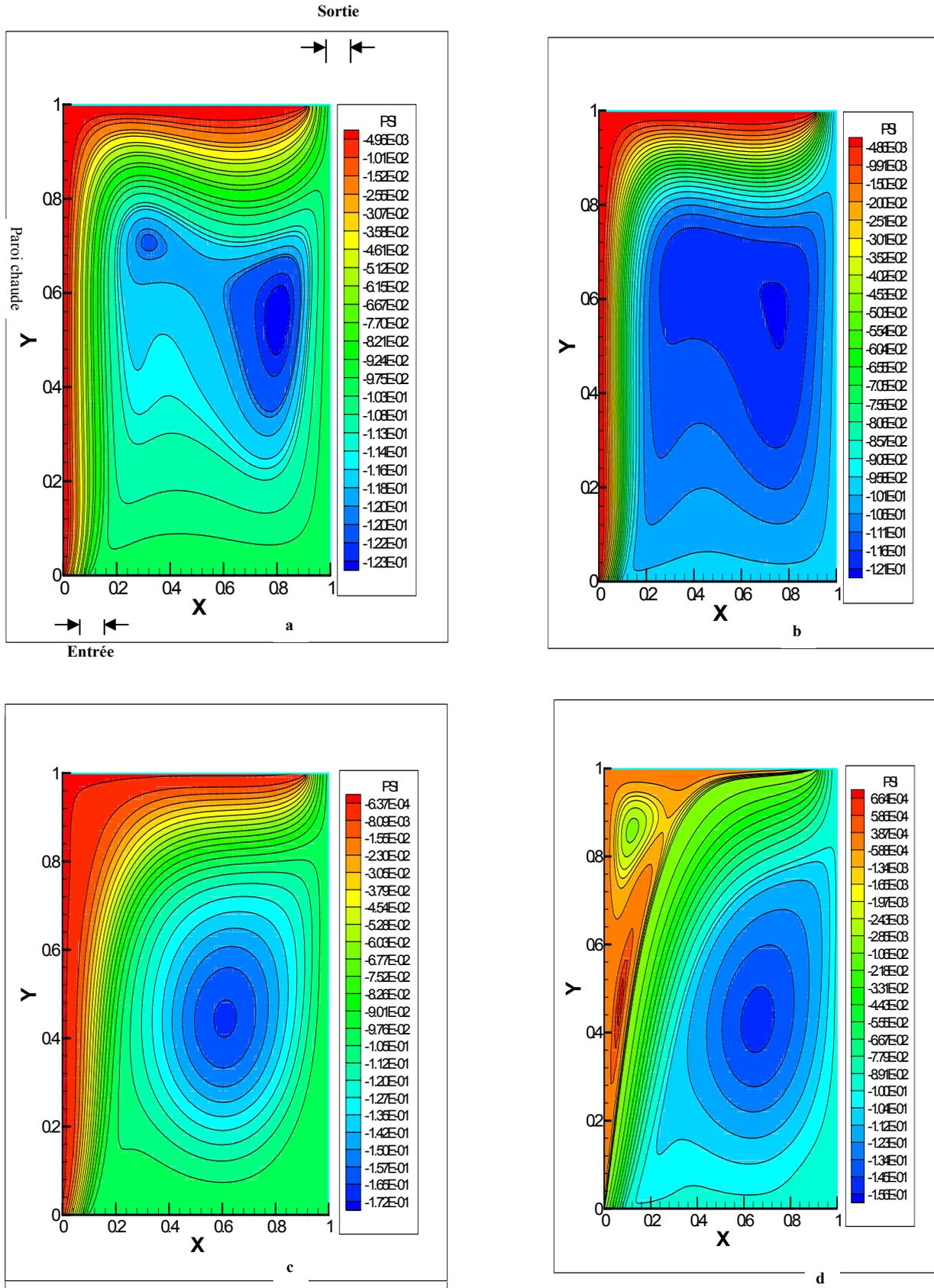


Figure 2: Fonctions de courant, $Gr=10^6$; $Ri=(a)2, (b)1, (c)0.2, (d)0.1$

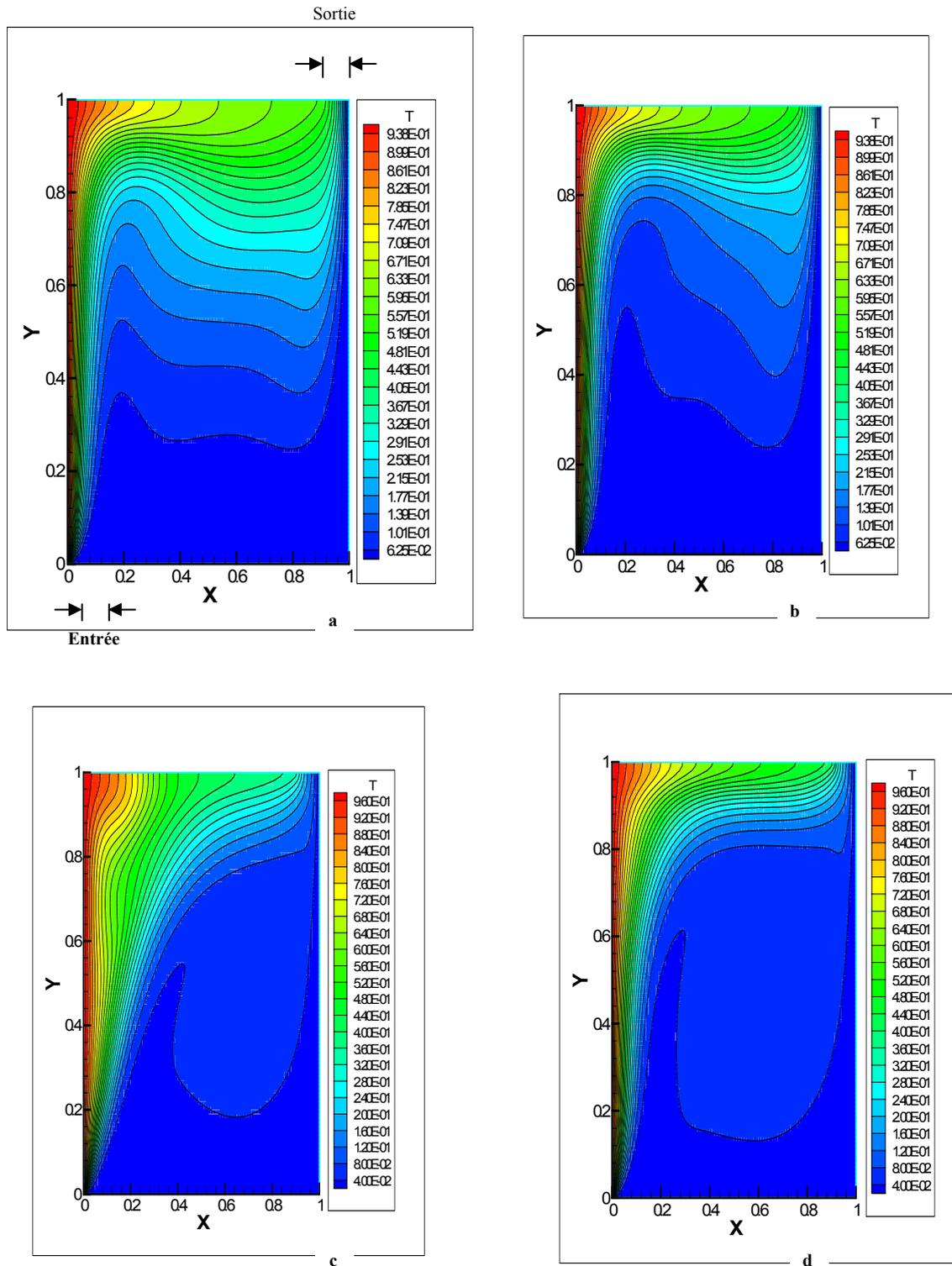


Figure 3: Isothermes, Gr=10⁶; Ri=(a)2, (b)1, (c)0.2, (d)0.1

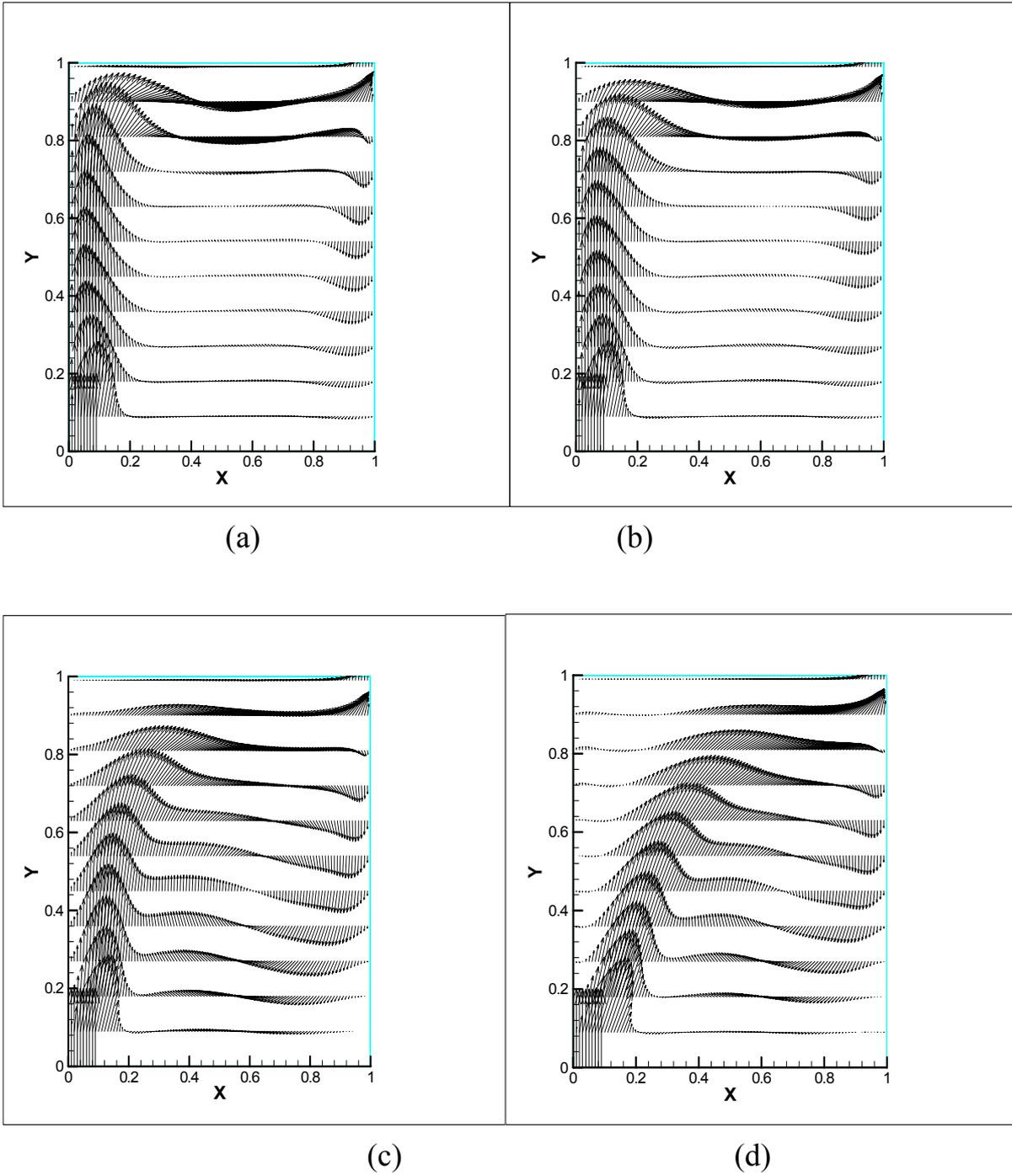
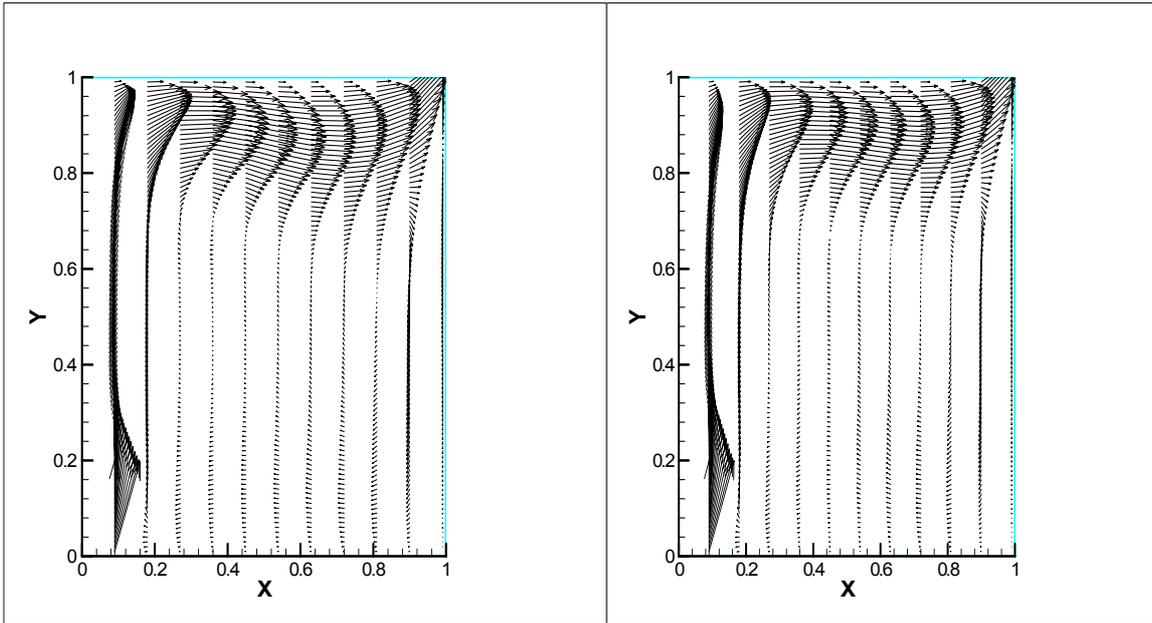
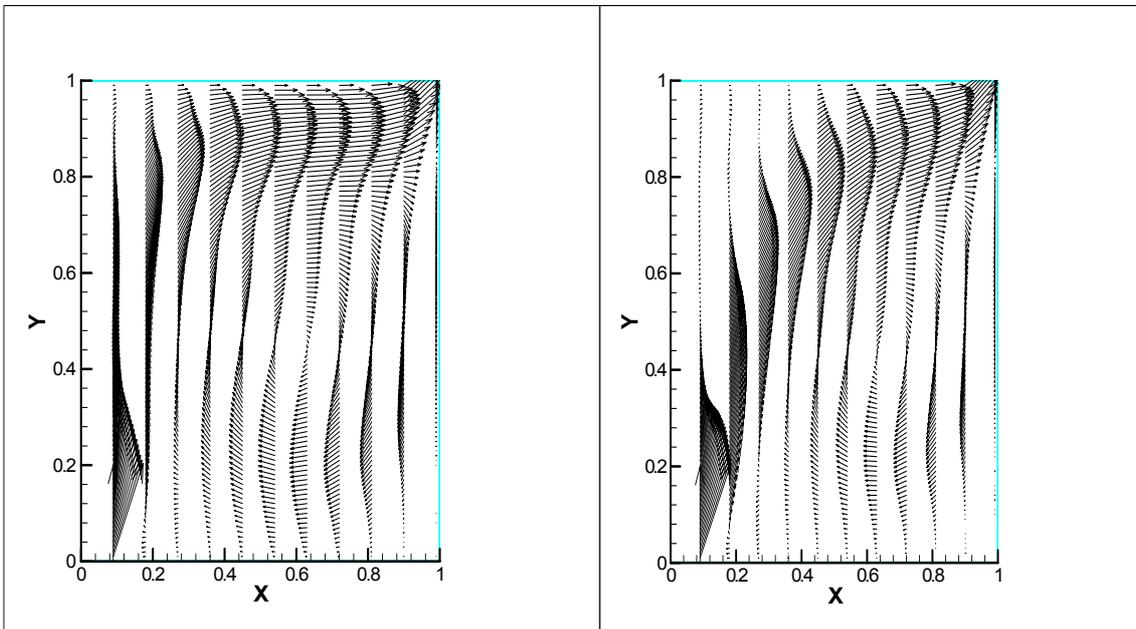


Figure 4 : Champ du vecteur vitesse; $Ri =$ (a) 2, (b) 1, (c) 0.2, (d) 0.1



(a)

(b)



(c)

(d)

Figure 5 : Champ du vecteur vitesse; $Ri=$ (a)2, (b)1, (c)0.2, (d)0.1

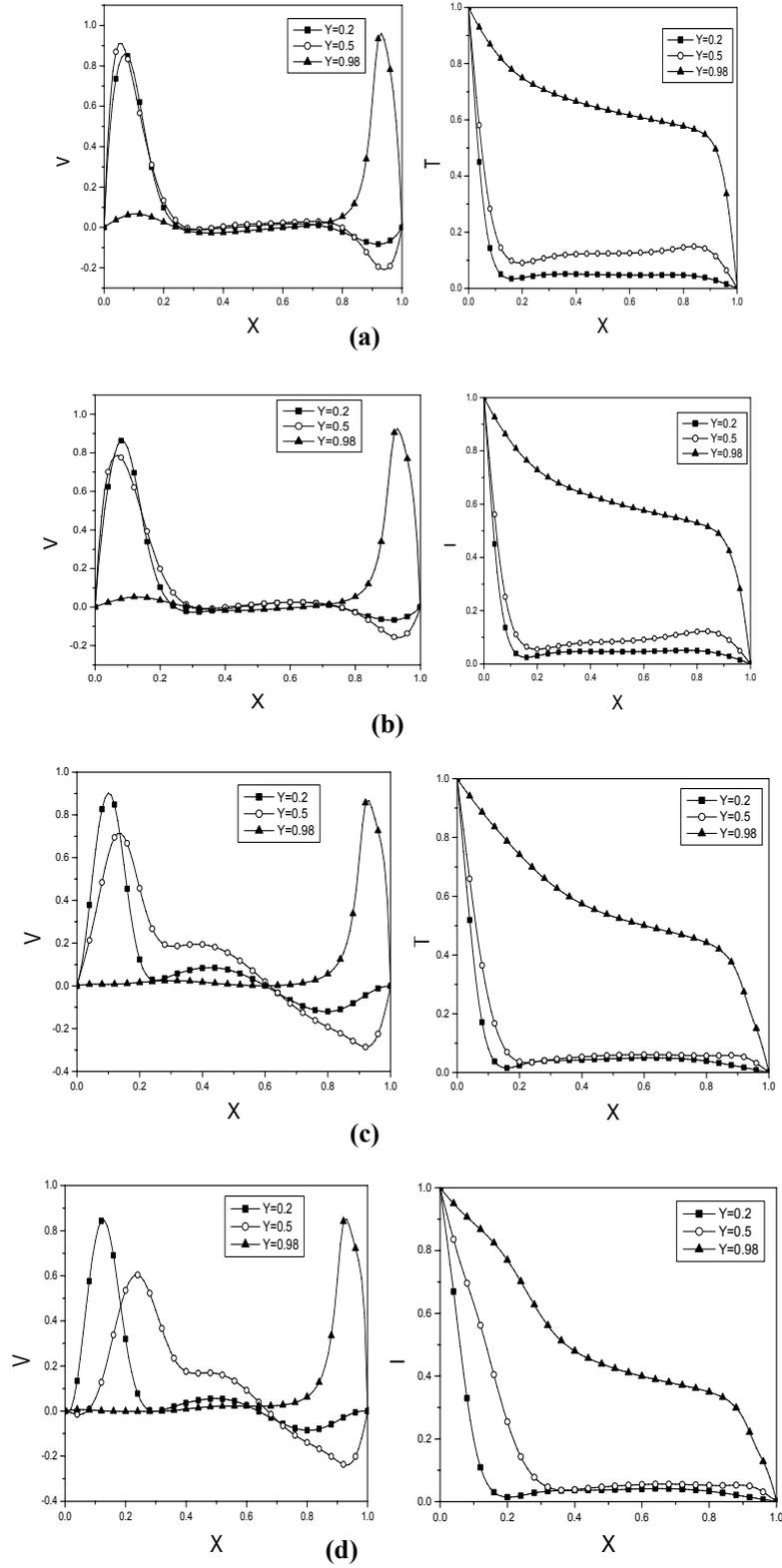


Figure (6) : Profil des vitesses verticales, et des températures le long de la paroi horizontale; $Ri=$ (a)2, (b)1, (c)0.2, (d)0.1

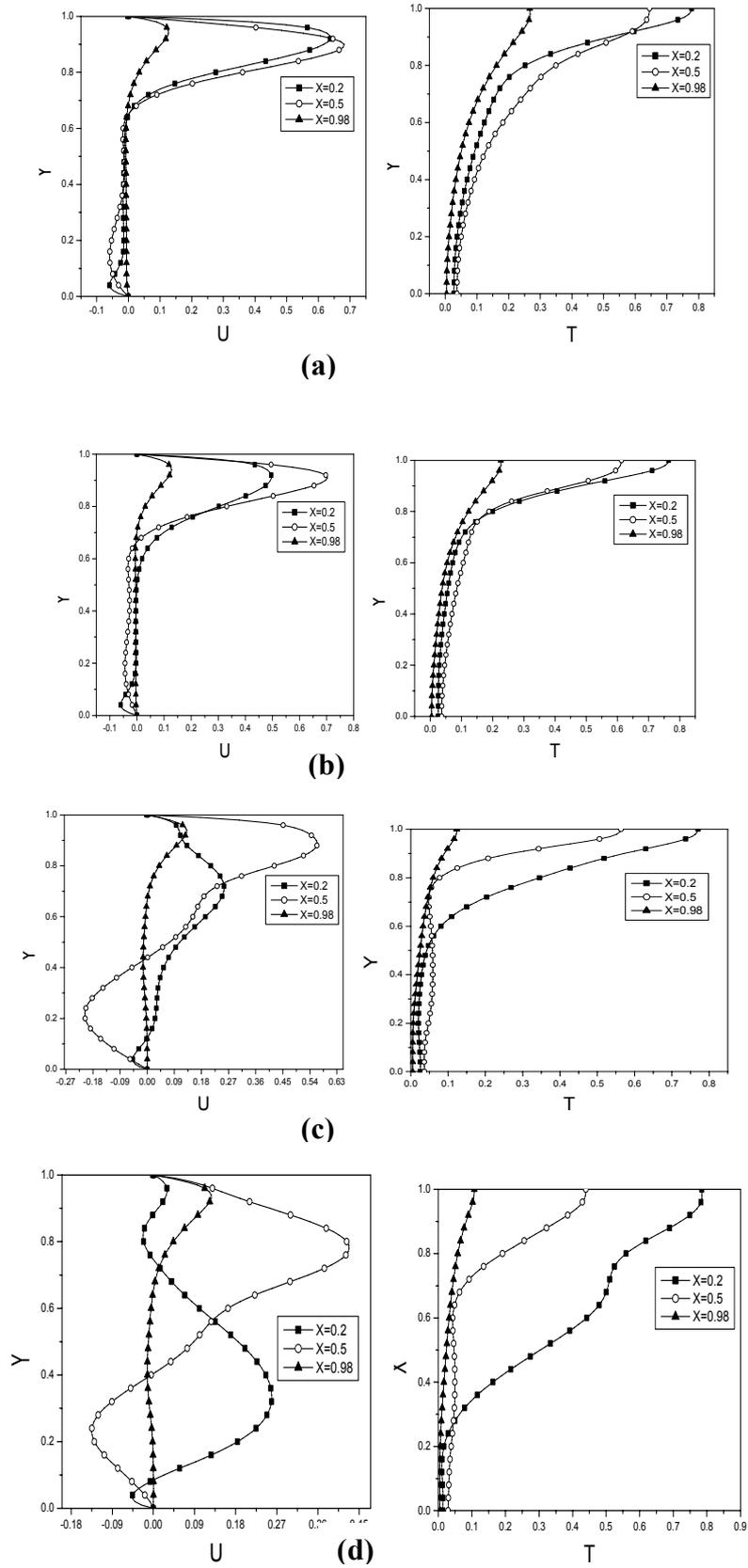


Figure (7) : Profil des vitesses horizontales, et des températures le long de la paroi verticale ; $Ri=$ (a)2, (b)1, (c)0.2, (d)0.1

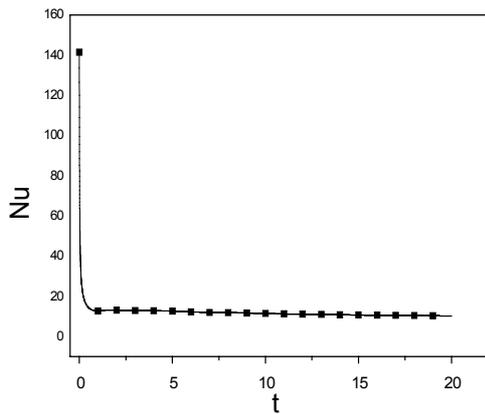


Figure 8: Variation du nombre de Nusselt, $Gr=10^6$

REFERENCES

- [1]- Kuper.R.A, Van Dermeer TH.H, Hoocfem Doorm C.J, and Hemres R.AW.M , Numerical study of lamina and turbulent natural convection in an inclined square cavity, *Int.J.Heat Mass Transfer*. Vol36. N°11 pp2899-2911, (1993).
- [2]- Angirasa D., Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface, *Fluid Dynamics Research* **26**, pp 219-233, (2000).
- [3]- Torrance K, Davis R., Eike K., Gill P., Gutman D., Hsui A., Lyons S., Zien H., Cavity flows driven by buoyancy and shear, *J. Fluid Mech, Part 2* **51**, pp 221 - 231, (1972).
- [4]- Sparrow E.M., Samie F., Interaction between a stream which passes through an enclosure and natural convection, *Int. J. Heat Mass Transfer* **25**, pp 1489-1502, (1982).
- [5]- Oosthuisen P.H. Paul J. T, Mixed convective heat transfer in a cavity.Fundamental forced and mixed convection, in: 23rd national heat transfer conference, Denver, Colorado, HTD, Vol **42**, pp 159-169, (1985).
- [6]- To W.M, Humphery J. A. C., Numerical simulation of buoyant turbulent flow. I- Free convection along a heated vertical, flat plate. II - Free and mixed convection in a heated cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer* **29**, pp 573-610, (1986).
- [7]- Simoneau J.P,Draoui A, Allard F,Problèmes posés par la convection mixte dans la climatisation de l'habitat: première approche en régime laminaire, *Rev. Gén. Therm* **325**, pp 31-39, (1989).
- [8]- Papanicolaou E, Jaluria Y , Mixed convection from an isolated heat source in a rectangular enclosure, *Numer. Heat Transfer Part A* **18**, pp 427-461, (1990).
- [9]- Papanicolaou E , Jaluria Y , Transition to a periodic regime in mixed convection in a square cavity, *J. Fluid Mech* **239**, pp 489-509, (1992).
- [10]- Papanicolaou E., Jaluria Y., Mixed convection from a localized heat source in a cavity with conducting walls. *Numer. Heat Transfer Part A* **23**, pp 463-484, (1993).
- [11]- Kotake S, Hijikata K, Numerical simulations of heat transfer and fluid flow on a personal computer, Vol **3**, Tom 3, pp 31-33, editor: Mujumdar A.S., Quebec, Canada, (1993).
- [12]- Saadtdjian E., Phénomènes de transport et leurs résolutions numériques. Polytechnica, pp 260-263 (1998).
- [13]- Sewell G., The numerical solution of ordinary and partial differential equations, Edition Academic Press Inc, London, (1988).
- [14]- Anderson D. A; Tannehill J. C; Richard Pletcher H , *Computational fluid mechanics and heat transfer*, p 507, second edition, editor : Mincowicz M.J. and Sparrow E.M, Paris, France, (1984).