

## PREVISION NUMERIQUE DE JETS TURBULENTS TOURBILLONNANTS CONFINES AVEC LE MODELE (K-ε)

Reçu le 18/02/2002 – Accepté le 30/03/2005

### Résumé

La présente étude concerne la prévision numérique de deux jets turbulents avec tourbillonnement dans une chambre de combustion. La modélisation est basée sur la méthode numérique des volumes-finis /différences-finis de Patankar. Le modèle mathématique utilisé est le modèle de turbulence à deux équations de transports (K-ε). La séquence itérative adopte l'algorithme SIMPLE pour la résolution du système d'équations couplées. Le calcul est fait à l'aide d'un code numérique adapté à la présente configuration. Les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature [6]. Les performances du modèle (K-ε) sont examinées par rapport à un autre travail numérique dans lequel le modèle employé est celui des tensions de Reynolds. Ceci nécessite un nombre important d'équations supplémentaires pour le calcul des tensions de Reynolds. Les résultats numériques ont montré que le modèle à deux équations de transport (K-ε) donne un accord raisonnable sur le plan qualitatif.

**Mots clés :** Chambre de combustion, jet turbulent, tourbillonnement, modélisation numérique, modèle (K-ε), modèle des tensions de Reynolds.

### Abstract

The present survey consists of numerical prevision of two turbulent jets with swirling in a combustion chamber. The simulation is based on numerical method of finite volumes and finite differences of Patankar. The mathematical model used is two equations of turbulence model (K-ε). The iterative sequence adopted SIMPLE algorithm for a resolution of equations system. A calcul is realized by a numerical code adapted to present configuration. The numerical results were compared with experimental results of the literature [6]. Performances of model (K-ε) have examined with another numerical result study such, as the used model is the Reynolds Stress Turbulence Model (RSTM). This model necessitude an important number of equations for a calcul of Reynolds Stress. A good according was qualitatively observed for the predictions of the (K-ε) model.

**Key words:** combustion chamber, turbulent jets, swirling, simulation, (K-ε) model, Reynolds Stresses Turbulence Model.

### A. ZERROUT

Département de Génie Mécanique  
Faculté des Sciences de l'Ingénieur  
Université Hassiba Ben Bouali  
02000 Chlef,  
Algérie

Entre les premiers travaux numériques des années trente et les calculs actuels sur les super ordinateurs, une véritable discipline est née, qui permet de relayer le travail du théoricien à celui de l'expérimentateur qui est la mécanique des fluides numérique. Chaque année des progrès impressionnants sont effectués sur l'espace mémoire et la rapidité d'exécution des ordinateurs. Néanmoins les études expérimentales gardent leur importance car elles restent indispensables pour la validation des nouvelles théories. Le développement de cette discipline a encouragé plusieurs études tant théoriques qu'expérimentales. Plusieurs applications industrielles engendrent des jets turbulents libres ou à l'intérieur d'un milieu confiné. Les jets turbulents sont d'un intérêt pratique très important dans la technologie des systèmes de combustion et les systèmes de la ventilation pour le chauffage et la climatisation des locaux. L'imposition du tourbillonnement favorise les processus de mélange ainsi que les transferts de masse et de la chaleur. Le tourbillonnement cause un changement dans l'écoulement moyen ainsi que dans les propriétés de la turbulence. Sous l'effet du tourbillonnement, les particules fluides ont tendance à s'éloigner de l'axe du jet sous l'effet de la force centrifuge. Le tourbillonnement agit également comme un stabilisateur de la flamme en créant une région de recirculation dans la zone de combustion.



**L’EFFET DU TOURBILLONNEMENT**

Le tourbillonnement à pour effet de rendre la turbulence anisotrope, il présente un effet inhibiteur sur le transfert de l’énergie de grosses structures vers les petites structures.

Le tourbillonnement est caractérisé par un nombre adimensionnel qui définit une mesure du rapport entre le flux du moment angulaire et la poussée axiale appelé nombre de swirl

$$S = \frac{\int_0^R r^2 U W dr}{R \int_0^R r \left( U^2 - \frac{W^2}{2} \right) dr}$$

Dans cette étude le tourbillonnement est imposé au jet annulaire d’une valeur de 2.25 pour améliorer le mélange entre les fluides combustible et l’air c’est donc réduire la pollution et augmenter le rendement du moteur.

**LE MODELE MATHEMATIQUE**

Le modèle de turbulence à deux équations, basé sur un schéma de fermeture en un point est utilisé. Ce modèle, attribué à Jones et Launder [7] est basé sur le concept de la viscosité de turbulence qui a été défini, à partir d’une analyse dimensionnelle, par Prandtl et Kolmogorov séparément.

$$\nu_t = C_\mu k^{\frac{1}{2}} L_s$$

k : énergie cinétique de la turbulence

$L_s$  : échelle de longueur des grosses structure de turbulence.

Les relations qui relient les tenseurs de Reynolds et le champ de déformation moyen sont de type Boussinesq.

$$\frac{2}{3} \delta_{ij} k - \overline{u_i u_j} = \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right)$$

Le champ turbulent est décrit par deux échelles, une échelle de vitesse définie, indirectement par k et une échelle de longueur  $\epsilon$ . Les équations de transport de ces quantités sont:

$$\begin{aligned} \frac{dk}{dt} &= \frac{\partial}{\partial X_k} \left( -\frac{\nu_t}{\sigma_{k,l}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{k,t}} \frac{\partial k}{\partial X_k} \right) + \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_j}{\partial X_k} - \epsilon \\ \frac{d\epsilon}{dt} &= \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \left( \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon,l}} + \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon,t}} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial X_k} \right) + C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \nu_t \\ &\quad \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned}$$

Les valeurs des constantes sont données dans le tableau suivant :

**Tableau 1 :** valeurs des constantes

$C_\mu$	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	$C_{k,l}$	$C_{k,t}$	$C_{\epsilon,l}$	$C_{\epsilon,t}$
0.09	1.44	1.92	1.00	1.00	1.00	1.25

**PROCEDURE NUMERIQUE**

La méthode numérique, utilisée pour la résolution des équations différentielles partielles qui régissent les écoulements turbulents, est basée sur la méthode des volumes finis de PATANKAR. Elle consiste à intégrer

sur les volumes de contrôles finis obtenus par découpage du domaine d’évolution de l’écoulement.

L’intérêt essentiel de cette méthode réside dans sa rapidité qui résulte de son caractère non itératif et dans son universalité. Le choix de cette méthode se justifie par les avantages suivants :

- La solution numérique obtenue satisfera le principe de conservation (masse, quantité de mouvement...) pour chaque volume de contrôle qui assure automatiquement le concept conservatif sur le domaine entier.
- Le schéma de discrétisation des équations de transport assure une stabilité inconditionnelle de calcul.

**1- Formulation mathématique**

L’équation générale de transport pour la variable généralisée  $\Phi$  pour un écoulement axisymétrique permanent d’un fluide incompressible, s’écrit dans le système de coordonnées cylindro-polaires :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho r U \Phi)}{\partial X} + \frac{\partial(\rho r V \Phi)}{\partial r}}_{\text{Convection}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X} \left( r \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)}_{\text{Diffusion}} + r \underbrace{S_\Phi}_{\text{Source}}$$

où :

$\Phi$  : est assimilable à toute grandeur physique transportable (U, V, k,  $\epsilon$ ...)

$\Gamma$  : Coefficient de diffusion qui dépend de la signification particulière de la variable  $\Phi$  à traiter

**2- Volume de contrôle généralisé**

Les calculs sont effectués sur un maillage (30 x 35) nœuds à partir d’un code modifié pour l’adapter à la présente configuration d’écoulement. Le maillage consiste à diviser le domaine d’étude en un ensemble de cellules appelées volumes de contrôle au centre desquels sera stockée la variable  $\Phi$ . Chaque nœud du maillage est repéré par deux indices I et J, donnant sa position suivant la direction X et r, Le nombre total des nœuds est (NI x NJ).

**3- Discrétisation :**

Les équations différentielles obtenues par les modèles mathématiques sont transformées en des équations approchées. Les valeurs de  $\Phi$  sont calculées en un nombre de points (valeurs discrétisées).

L’équation de transport est intégrée sur le volume de contrôle correspondant à la variable  $\Phi$  on obtient :

$$J_e a_e - J_w a_w + J_n a_n - J_s a_s = \int_s^c \int_w^e (r S_\Phi) \partial X \partial r$$

Tel que:  $a_e, a_w, a_n, a_s$  : Sont des flux totaux à travers les faces Est, West, Nord, Sud du volume de contrôle. SPALDING a proposé un schéma qui utilise les avantages du schéma hybride en introduisant le nombre de Picket défini par :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}$$

L’équation obtenue après la discrétisation par le schéma hybride est donnée par :

$$A_P \Phi_P = A_N \Phi_N + A_S \Phi_S + A_E \Phi_E + A_W \Phi_W - \int_s^c \int_w^e (r S_\Phi) \partial X \partial r$$

Pour résoudre ce système, une méthode semi-itérative a été suggérée pour rendre le système moins dense que sa forme initiale. Cette méthode consiste à faire un balayage ligne par ligne, donc rendre le système à matrice tri diagonale.

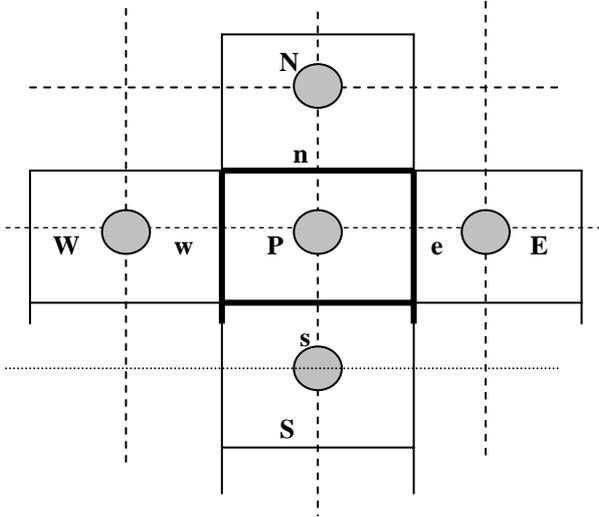


Figure 01: Volume de contrôle généralisé.

**P**: le centre du volume de contrôle de la variable  $\Phi$   
**E, W, N et S** : sont les nœuds voisins des volumes de contrôle, ces nœuds sont les lieux de stockages scalaires ( $P, k, \epsilon$ ).  
**e, w, n et s** : sont les nœuds où sont stockées les variables vectorielles reliant deux nœuds adjacents

Ensuite en utilisant l'algorithme de Thomas on transforme le système de matrice tri diagonale en un système à matrice bi diagonale, unitaire.

$$\begin{bmatrix} 1 & -a(2) & 0 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & -a(3) & 0 & \dots & \dots \\ & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & \dots & \dots \\ 0 & & & & 1 & -a(j) \\ 0 & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi(2) \\ \Phi(3) \\ \dots \\ \dots \\ \Phi(Nj-2) \\ \Phi(Nj-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(2) \\ b(3) \\ \dots \\ \dots \\ b(Nj-2) \\ b(Nj-1) \end{bmatrix}$$

**4 - Les conditions initiales :**

Les conditions initiales sont nécessaires au démarrage du calcul et peuvent avoir aussi un effet important sur les résultats. Les profils d'entrées de  $U, W, u'$  et  $w'$  à la station  $X/D=1$  sont choisis à partir de la référence expérimentale [6].

**5 - Conditions aux limites**

**a) Condition à l'axe de symétrie**

Près de l'axe de symétrie, il n'y a pas de variation par rapport à  $r$  pour les variables  $U, V, K$  et  $\epsilon$ .

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial K}{\partial r} = \frac{\partial \epsilon}{\partial r} = 0$$

La vitesse  $W$  au niveau de l'axe de symétrie est nulle.

**b) Condition près de la paroi solide**

En présence d'une surface rigide, la condition d'adhérence fait que les effets visqueux augmentent en intensité. Ce qui donne lieu à un cisaillement intense. Le traitement utilisé dans cette étude est celui de Patankar et Spalding [8] basé sur les fonctions de paroi. La vitesse  $U_p$  au voisinage de la paroi varie suivant la loi logarithmique suivante :

$$U_p^+ = \frac{U_p}{U_\tau} = \frac{1}{\chi} \text{Log}(E \cdot Y^+)$$

Tel que :

$\chi$  : constante de VANKARMAN (=0.42)

$E = 9$  pour une paroi lisse

$U_\tau$  : vitesse de frottement

$Y^+$  : distance adimensionnelle à la paroi

A partir de l'hypothèse de l'équilibre énergétique appliqué à la zone de paroi on aboutit à l'équation suivante pour l'énergie turbulente  $K$

$$K_p = \frac{\tau_p}{\rho (C \mu)^{\frac{1}{2}}}$$

Le taux de dissipation  $\epsilon$  à la frontière de la paroi est donné par la relation établie à partir d'une analyse dimensionnelle :

$$\epsilon_p = \frac{C \mu^{\frac{3}{2}} \cdot K_p^{\frac{3}{2}}}{\chi \cdot Y^p}$$

**LA CONFIGURATION DE L'ÉCOULEMENT**

La configuration de l'écoulement est à symétrie axiale ayant pour diamètre du jet central  $D=8.7\text{mm}$ , et de rayon de la conduite  $R=62.5\text{mm}$

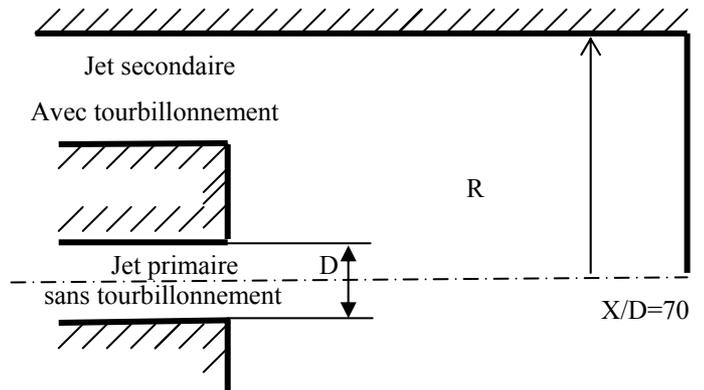


Figure 02 : la géométrie de configuration d'écoulement

**RESULTATS ET INTERPRETATIONS**

**1 - Vitesse centrale axiale**

La figure (03) illustre la distribution de la vitesse axiale le long de l'axe de la chambre de combustion. La distribution de la vitesse obtenue à l'aide du modèle (K-ε) possède le même comportement que celle obtenue expérimentalement. On remarque que la vitesse diminue suivant une loi polynomiale d'une valeur maximale à l'entrée du jet vers une valeur minimale à la sortie. Cela

est du à l'influence du fort tourbillonnement qui fait ralentir les particules fluides injectées par le jet central.

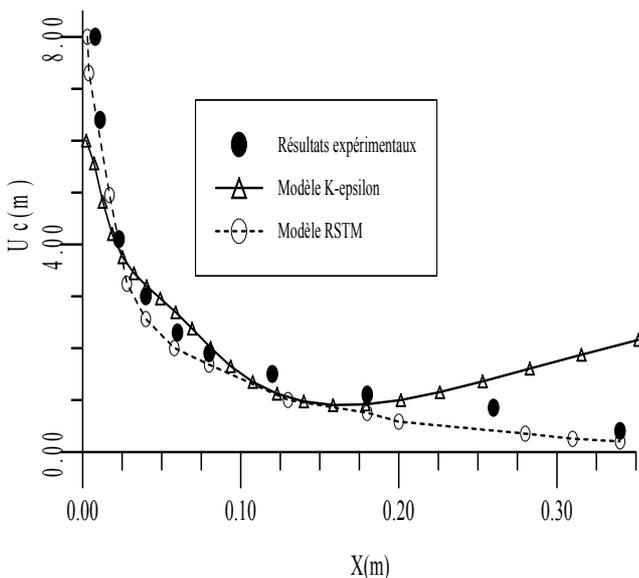
L'allure du modèle (K-ε) présente un écart à partir d'une distance axiale de 0.2m vers la sortie. Les prévisions de ce modèle sont moins bonnes que celles du modèle RSTM à cause de la formulation approchée de l'énergie cinétique k, le taux de dissipation ε et la vitesse au voisinage de la paroi.

**2 - Profils de la vitesse axiale U :**

La figure (04) compare les tracés des profils de la composante axiale de la vitesse en fonction de la distance radiale, pour les deux modèles et les résultats expérimentaux. Ces profils présentent un assez bon accord avec les résultats expérimentaux et ceux du modèle RSTM. L'écart existant entre ces deux modèles est moins important. Au niveau du jet annulaire le maximum du modèle RSTM est plus proche au maximum des résultats expérimentaux comparé à celui du modèle (K-ε). Les diminutions de la vitesse dans la zone de séparation des deux jets sont bien capturées par le modèle RSTM. De ce fait il est très commode d'utiliser ce modèle pour mettre en évidence les zones de recirculation.

**3 - Profils de la vitesse tangentielle W**

La figure (05) montre les tracés des profils de la composante tangentielle de la vitesse W. Ces profils indiquent que dans les régions du jet annulaire les résultats numériques trouvés se confondent avec les autres résultats mais dans la zone de séparations des deux jets existe un décalage moins important entre le modèle RSTM et les points expérimentaux, comparé à celui existant entre les profils du modèle (K-ε) et les points expérimentaux. Ce qui implique que le modèle RSTM est plus performant que le modèle (K-ε) pour le cas de l'imposition d'un fort tourbillonnement.



**Figure 03 :** Comparaison des distributions de la vitesse axiale le long de l'axe de la chambre de combustion entre les résultats expérimentaux, modèle (K-ε) et le modèle RSTM

**4- Profils des intensités de turbulence  $\sqrt{u'^2}$**

Dans la figure (06), les tracés des profils des intensités de la turbulence calculées par les deux modèles se confondent avec les points expérimentaux dans les régions de séparation des deux jets pour les premières stations (X/D=2, 5, 10). Par contre pour le reste des stations, l'écart existant entre les profils numériques du modèle (K-ε) et les résultats expérimentaux est important comparé à ce lui du modèle RSTM. Le modèle (K-ε) considère une viscosité turbulente isotrope et en tenant compte de la zone d'incertitude que font apparaître généralement les données expérimentales. On voit que le modèle RSTM surpasse de manière substantielle le modèle (K-ε).

En effet le modèle RSTM met en évidence la présence d'anisotropie dans les tensions normales et l'effet stabilisant du tourbillonnement qui résulte en un déclin du champ des contraintes de cisaillement et donc même à un écoulement presque non visqueux à l'opposé du modèle (K-ε). Ce dernier est incapable de tenir compte de la courbure, car il donne une érosion rapide de la quantité de mouvement du jet centrale. Ceci est dû à un niveau excessif de transport diffusif calculé par le modèle (K-ε). En conclusion l'ensemble des résultats numériques calculés à permis une assez bonne prédiction des jets turbulents tourbillonnant avec le modèle RSTM et une prévision relativement acceptable avec le modèle (K-ε).

**5- Champ des vitesses et lignes de courant :**

Les figures (7 et 8) représentent les tracés respectifs du champ des vecteurs vitesses et les lignes de courant. Les particules fluides s'éloignent des jets vers la zone séparant les deux jets sous l'effet centrifuge du tourbillonnement annulaire. Le champ de vitesses montre une tendance vers des valeurs qui diminuent en causant un tournant de particules fluides vers la buse séparant les deux jets. Cette diminution de vitesse qui apparaît près de cette zone, peut causer une zone de recirculation si l'épaisseur de la buse est plus large que dans notre cas.

**CONCLUSION**

La comparaison entre les prévisions de deux modèles de turbulence et les résultats expérimentaux présentés dans cette étude, indique que le modèle à deux équations de transport (K - ε) et le modèle de transport des tensions de Reynolds, produisent des résultats satisfaisants. Un bénéfice est obtenu avec l'utilisation d'un modèle de haut niveau tel que le modèle aux tensions de Reynolds (RSTM), mais cela ne justifie pas l'apport important de la Complexité introduite avec ce modèle avec l'addition de six équations de transport des tensions de Reynolds. Malgré les faiblesses du modèle (K - ε), ce dernier a donné des résultats acceptables sur le plan qualitatif. Il reste néanmoins un outil de simulation relativement simple peu coûteux à utiliser. On en conclue que l'accord entre les prévisions et l'expérimentation a été trouvé qualitativement bon.

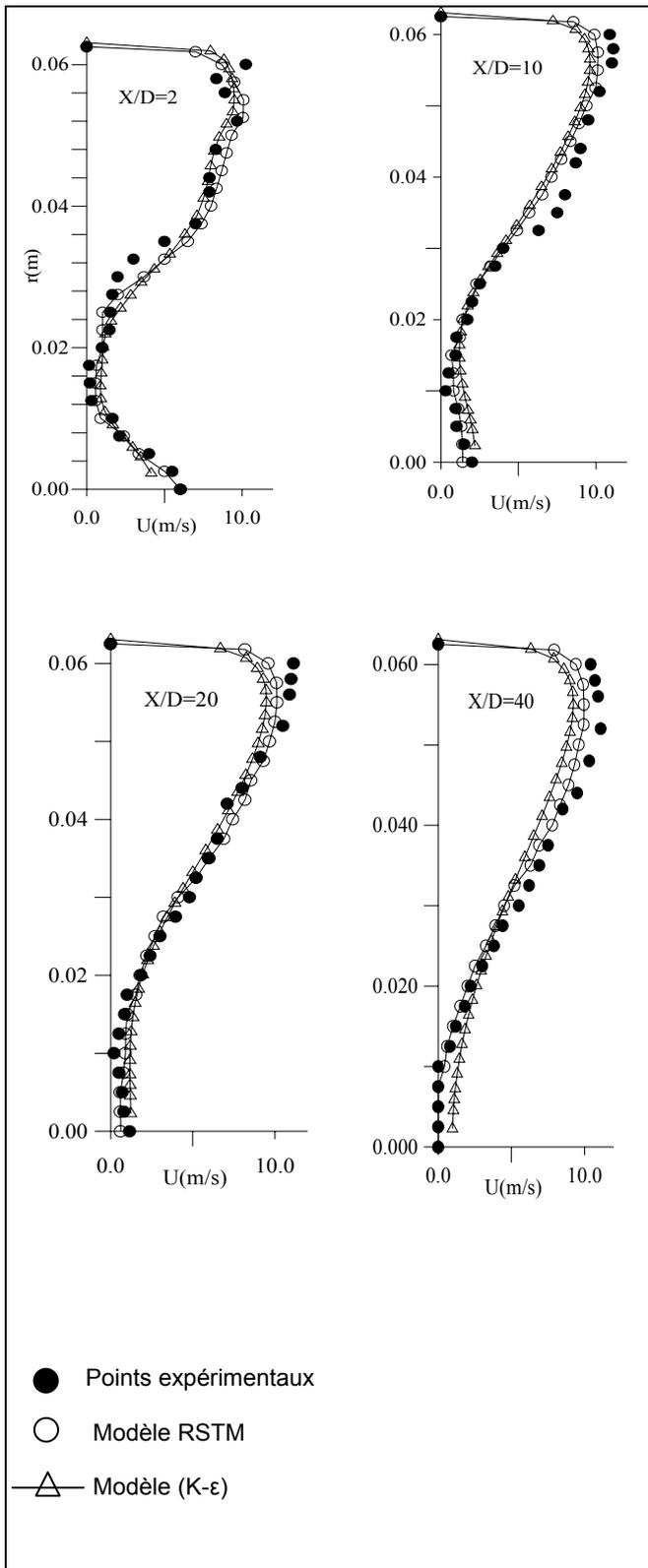


Figure 04 : Profils de la vitesse axiale

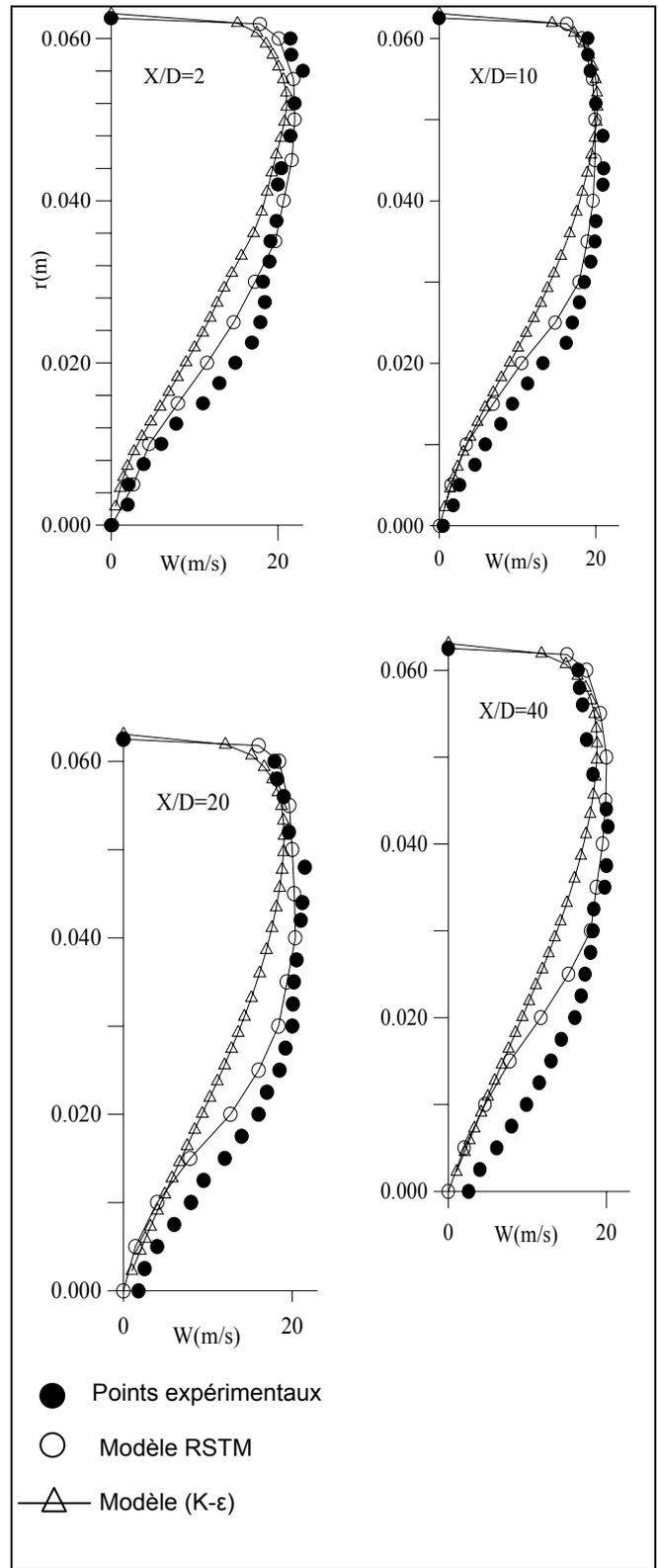
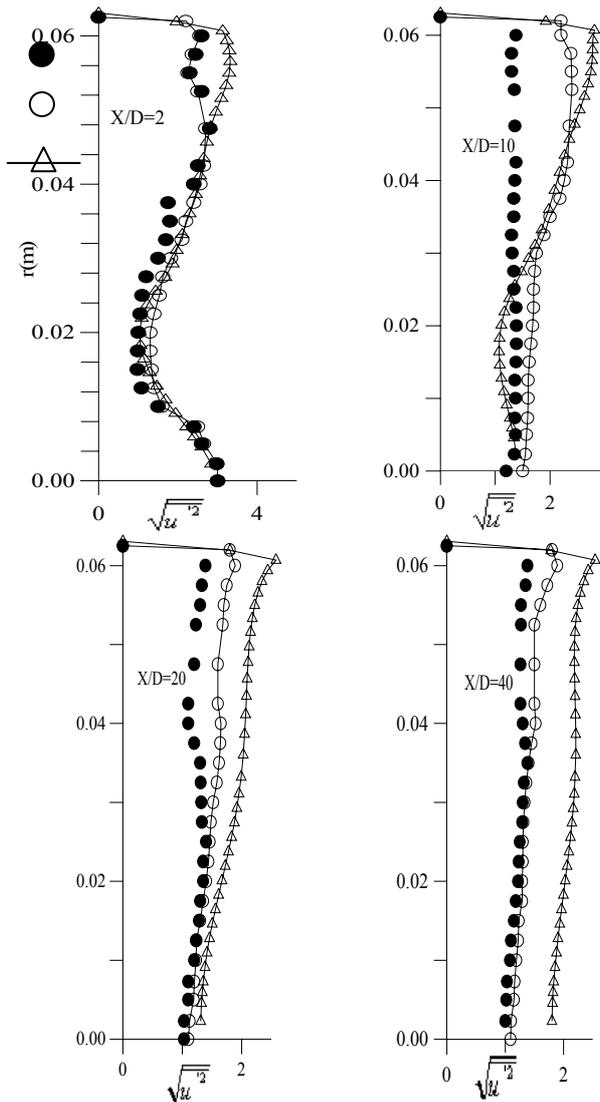


Figure 05 : Profils de la vitesse tangentielle



Points expérimentaux

Modèle RSTM

Modèle (K-ε)

**Figure 06:** Profils de l'intensité de la turbulence

**REFERENCES**

[1]-ANDRREW.T and CHRISTOFER K.W: Computation of Turbulent Axis metrical and no Axis metrical Jet Flows Using the (K - ( ) Model (FLORIDA state University TALLAHASSEE FLORIDA 32306-3027, AIAA Journal. Vol 34, No.2, February 1996).

[2]- CHIN, SHUN LIN: Numerical Calculations of Turbulent Reacting Flow in a Gas-Turbine Combustor (National Aeronautics and Space Administration, Cleveland Ohio, Av 1987).

[3]- DAMOU.M : Simulation Numérique d'Ecoulement Turbulent avec Tourbillonnement dans une Chambre de Combustion (premier colloque sur les moteurs et l'énergétique (COME ' 96), Blida 14,16 et 19 janvier 1996).

[4]- DINH. VONGOC : Méthodes Numérique d'Intégrale Locale sur les Volumes Finis (Ecole de Génie Université de MONCTON. CANADA).

[5]- HABIB.M.A and WHITELOW.J.H: Velocity Characteristic of Confined coaxial Jets with and Without Swirl (Imperial College of Science and Technology Mechanical Engineering Dept, LONDON, ENGLAND, Journal of Fluid Engineering March 1980, Vol 102/47).

[6]- HOGG.H and LESCHZINER.M.A: Computation of Highly Swirling Confined Flow With a Reynolds Stress Turbulence Model (University of MONCHESTER, ENGLAND UNITED KINGDOM, 27 Nov 1989).

[7]- JONES.W.P and LAUNDER.B.E: The prediction of laminarization with a two-equation model. Int. J. Heat mass transfer, Vol. 15 P.301. 1972

[8]- LAUNDER.B.E and SPALDING.D.B: Mathematical Models of Turbulence (Dept of Mechanical Engineering, Imperial Collogue of Science and Technology, LONDON. England 1972).

[9]- MONGIA.H.C, PATANKAR.S.V, MUSTHY.S.N, SULLIVAN.J.P and SAMUELSEN.G.S: Aero thermal Modeling Program - Phase II (University of California at Irvine, NASA contract NAS3 - 24350).

[10]- NADJI.H : Modélisation et Calcul de l'Ecoulement Turbulent dans un Jet Tournant Libre. (Thèse de Docteur de 3me Cycle, Université de LILLE, FRANCE 1984).

[11]- NALASAMY.M: Prediction of Recirculation Zones in Isothermal Coaxial jet Flows relevant to Combustors (University Space Research Association Boulder, Colorado NASA 1987)

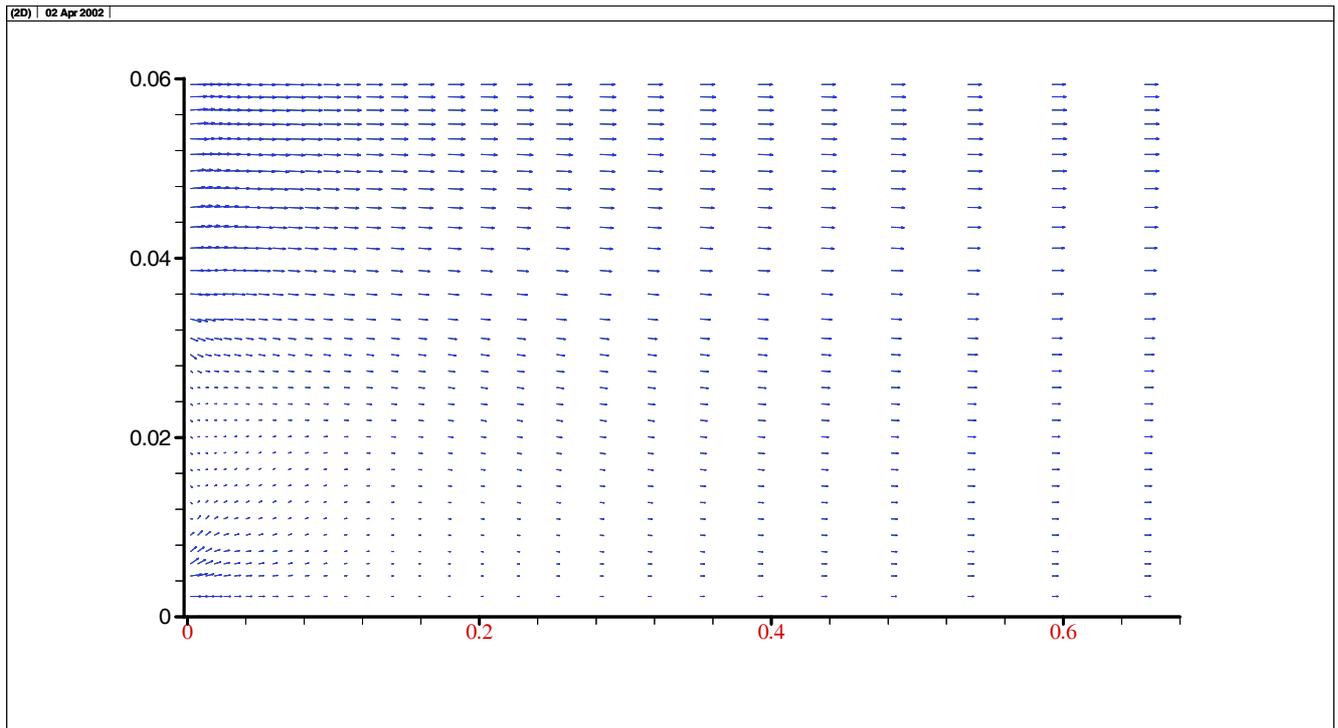
[12]- NIKJOOY and MONGIA: Fuel Injector-Air Swirl Characterization Aero thermal Modeling Phase II (Final Report Volume II NASA Prepared for Lewis Research Center NAS3 - 24350. 1993).

[13]- PARK.C.D and CHENT.L.D: Experimental Investigation Turbulent Jets Part I: Single -Phase Data;(University Of IOWA, IOWA City AIAA Journal Nov 1989).

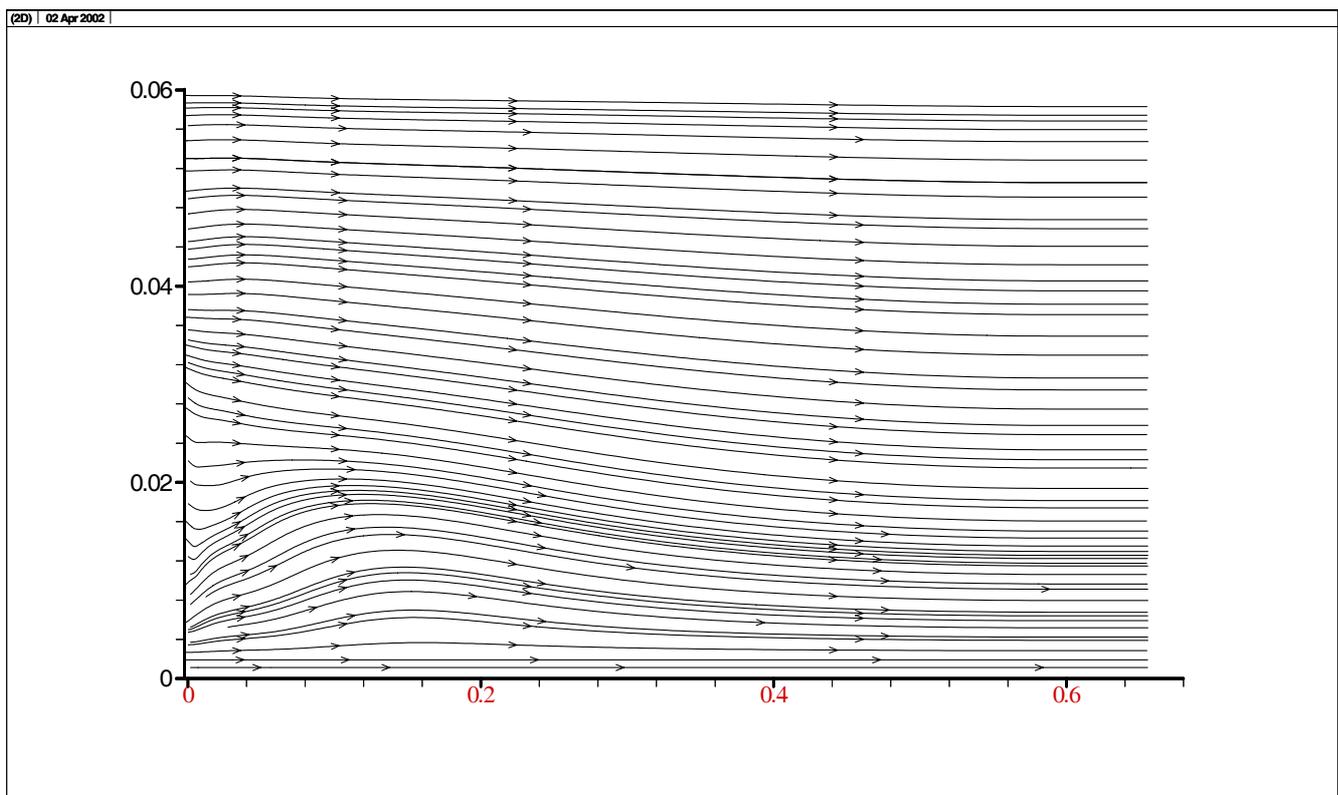
[14]- SHARIF.M.A.R and WONG.Y.K.E: Evaluation of the Performance of Three Turbulence Closure Models in the Prediction of Confined Swirling Flow (Dept of Engineering Science and Mechanics, University of Alabama USA Received 14 October 1992 in Received Form 3 January 1994).

[15]- SUHAS, PATANKAR.S.V: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow (Hemisphere Publishing Corporation, WASHINGTON, New York, LONDON).

[16]- SING.S.N, AGRAWAL.D.P, MALHATRA.R.C and RAGHVA.A.K: Mean Velocity Distribution of Contra Swirling Coaxial Confined Jets (Dept of Applied Mechanics Indian, Institute of Technology, HANZKHAS, NEW DELHI 110016 INDIA).



**Figure 7 :** Champ des vecteurs vitesses



**Figure 8 :** Les lignes de courant à l'intérieur de la chambre de combustion